



## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Temperatursensoren</b> .....	<b>2</b>
1.1	Berührungsthermometer.....	2
1.1.1	Flüssigkeitsthermometer .....	3
1.1.2	Metallische Widerstandsthermometer.....	3
1.1.3	Heißleiter (NTC).....	4
1.1.4	Kaltleiter (PTC).....	5
1.1.5	Thermoelement.....	7
1.2	Eigenerwärmung.....	8
1.3	Leistungsbilanz am Temperatursensor .....	9
<b>2</b>	<b>Versuch</b> .....	<b>10</b>
2.1	Versuchsaufbau .....	10
2.2	Versuchsdurchführung.....	11
2.3	Versuchsauswertung.....	12

# 1 Temperatursensoren

Praktisch alle mechanischen, magnetischen, optischen und elektrischen Stoffeigenschaften sind mehr oder weniger stark von der Temperatur abhängig. Zur Vermeidung von Störeinflüssen muss daher während einer Messung die Temperatur des Messobjekts konstant gehalten werden oder ihr aktueller Wert muss ebenfalls aufgenommen werden. Temperaturmessungen müssen reproduzierbar und eindeutig sein. Daher werden physikalische Effekte und Verfahren für ihre Bestimmung verwendet.

- Längen- und Volumenausdehnung von Stoffen zum Beispiel Volumenänderung von Flüssigkeiten und Gasen
- Wechsel charakteristischer Zustände: zum Beispiel Schmelzpunkte, Erstarrungspunkte, Siedepunkte
- Änderung von charakteristischen Eigenschaften zum Beispiel Änderungen von Transparenz, Magnetismus, Reflexion, Farbe, elektrischer Widerstandes, Strahlungsemission oder Elastizitätsmoduls.

Diese Methoden zur Messung der Temperatur sind indirekt. Aus diesem Grund gibt es keine digitale Temperaturmesstechnik, da erst die Auswirkungen der Temperatur auf eine andere analoge Größe digital aufgenommen werden kann. In Abbildung 1.1 ist zu sehen, dass sich Temperatursensoren grundsätzlich in zwei Typen - berührende und berührungslose Messverfahren - unterteilen lassen.

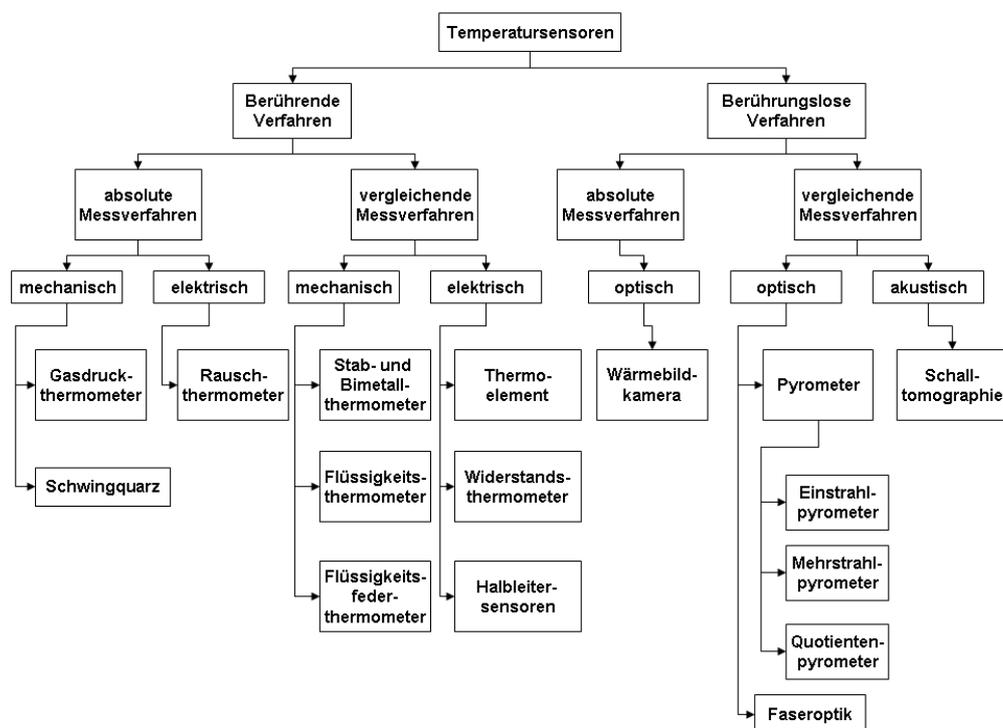


Bild 1.1 Temperatursensorübersicht

## 1.1 Berührungsthermometer

Berührungsthermometer müssen zur Aufnahme der Temperatur direkt mit dem Messobjekt in Kontakt gebracht werden. Mit ihnen wird nicht die Temperatur des Messobjekts,

sondern die Temperatur des Sensors erfasst. Das Berührungsthermometer stellt bei der Messung der Temperatur einen Fremdkörper im beziehungsweise am Messobjekt dar. Während einer Messung wird das Thermometer in die Messumgebung eingeführt. Hier kommt es zu Wechselwirkungen zwischen dem Thermometer und der Umgebung. Diese Wechselwirkung stört das Temperaturfeld des zu messenden Objekts.

Berührungsthermometer können folgendermaßen unterteilt werden

- Widerstandsthermometer
  - bestehend aus metallischen Leitern, wie Platin oder Nickel
  - bestehend aus nichtmetallischen Leitern, wie NTC- und PTC-Widerstände
- Thermoelemente

### 1.1.1 Flüssigkeitsthermometer

Die bekanntesten Vertreter dieser Bauweise sind das Quecksilber- und das Alkoholtthermometer. Diese Thermometer bestehen aus einem gläsernen Behältnis, meistens einem Röhrchen, das mit einer thermischen Flüssigkeit gefüllt ist. Bei einer positiven Temperaturänderung dehnt sich die Flüssigkeit stärker aus, als das Röhrchen und damit wird ein Anstieg des Flüssigkeitspegels messbar. Die Höhenänderung der Flüssigkeitssäule ist abhängig von der gemessenen Temperatur und kann durch eine Skala erfasst werden. Die genutzte Flüssigkeit darf im gesamten Messbereich ihren Aggregatzustand nicht ändern. Zudem sollte die thermische Ausdehnung der Flüssigkeit im Temperaturbereich ein lineares Verhalten aufweisen. Wasser ist zum Beispiel als thermometrische Flüssigkeit ungeeignet, da das Ausdehnungsverhalten auch bei gleichbleibenden Aggregatzustand nichtlinear ist.

### 1.1.2 Metallische Widerstandsthermometer

Bei Widerstandsthermometern handelt es sich um passive Sensoren. Der wichtigste Bestandteil eines solchen Sensors ist sein Messwiderstand. Dieser besteht aus entweder reinem Metall oder einer speziellen Metalllegierung. Bei Metallen bestimmt der Grad der Beweglichkeit der Leitungselektronen die elektrische Leitfähigkeit. Der Leitwert eines Metalls  $S_{\text{Metall}}$  entspricht dem Kehrwert seines Widerstands  $R_{\text{Metall}}$ .

Bei steigender Temperatur sinkt die Leitfähigkeit des Metallwiderstandsthermometers und sein Widerstandswert steigt. Fließt ein Strom durch ein Widerstandsthermometer, bewegen sich die Elektronen. Diese Bewegung wird durch Fehler in der Kristallstruktur des Metalls gestört. Bei diesen Fehlern handelt es sich in erster Linie um Fremdatome oder Leerstellen im Atomgitter, Korngrenzen und Atome auf Zwischengitterplätzen. Diese Fehler sind temperaturunabhängig und bilden daher einen konstanten Widerstand. Bei einer Erhöhung der Temperatur am Widerstandsthermometer steigt die Frequenz der Schwingungen der Atome des Metallgitters um ihre Ruhelage und diese behindern den Fluss der Leitungselektronen. Der Anstieg der Bewegung nimmt mit dem Anstieg der Temperatur zu.

Platin oder Nickel sind zurzeit die am häufigsten verwendeten Widerstandsthermometer. Der Einsatzbereich von Platin liegt von  $-200^{\circ}\text{C}$  bis  $850^{\circ}\text{C}$ . Platin hat einen positiven Temperaturkoeffizienten. Um die Eigenschaften des reinen Metalls zu erreichen wird das Platin während der Verarbeitung gezielt verunreinigt. Zusätzlich wird dieses technisch reine Platin hierdurch widerstandsfähiger gegenüber chemischen Verunreinigungen und die Langzeitstabilität wird erhöht. Nickel ist ein alternatives Material, welches für Widerstandsthermometer verwendet wird. Die DIN 43760 beschreibt die Eigenschaften von Nickel-Widerständen. Sein großer Vorteil ist neben dem höheren Temperaturkoeffizienten auch der günstigere Preis gegenüber Platin. Nickel-Widerstände weisen allerdings eine obere Arbeitsgrenze von  $250^{\circ}\text{C}$  auf.

Der Nennwiderstand  $R_0$  wird bei einer bestimmten Temperatur, zumeist  $0^{\circ}\text{C}$ , festgelegt. Nach DIN EN 60 751 ist für den Nennwert ein Wert von  $100\ \Omega$  definiert. Daher stammt auch die gängige Bezeichnung des Pt 100-Widerstands.

Platinwiderstände werden heute in etwa 30% aller Temperaturmessgeräte verwendet. Ihr Einsatzbereich liegt zwischen  $-200^{\circ}\text{C}$  und  $850^{\circ}\text{C}$  und wird in zwei Temperaturbereiche unterteilt.

Im Bereich von  $-200^{\circ}\text{C}$  bis  $0^{\circ}\text{C}$  wird ein Polynom vierter Ordnung zur Bestimmung des Widerstands verwendet:

$$R(T) = R_0 \cdot (1 + A \cdot \vartheta + B \cdot \vartheta^2 + C \cdot (\vartheta - 100\ ^{\circ}\text{C}) \cdot \vartheta^3)$$

Für den Bereich von  $0^{\circ}\text{C}$  bis  $850^{\circ}\text{C}$  gilt ein Polynom zweiter Ordnung:

$$R(T) = R_0 \cdot (1 + A \cdot \vartheta + B \cdot \vartheta^2)$$

Für den Bereich von 0 bis  $100^{\circ}\text{C}$  kann der Verlauf des Widerstands auch als linear mit dem Linearitätsfaktor  $\alpha$  angenommen werden.

$$R(\vartheta) = R_0 \cdot (1 + \alpha_T \cdot \vartheta)$$

### 1.1.3 Heißleiter (NTC)

Bei Heißleitern handelt es sich um passive Sensoren. Sie weisen einen negativen Temperaturkoeffizienten (NTC- negative temperature coefficient) auf, wodurch ihr Widerstand bei steigender Temperatur fällt. Dieser Effekt ist auf die verwendeten Materialien aus denen die Heißleiter bestehen zurückzuführen. Das Ausgangsmaterial von kommerziell vertriebenen Heißleiter ist in der Regel ein Metalloxid, wie NiO, CoC,  $\text{Co}_3\text{O}_4$ ,  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ,  $\text{Mn}_3\text{O}_4$ ,  $\text{TiO}_2$ ,  $\text{CuO}$ ,  $\text{Cu}_2\text{O}$ ,  $\text{PbO}$  oder andere Metalloxiden. Hierbei können sich zudem Mischkristalle wie  $\text{MgFe}_2\text{O}_4$ ,  $\text{NiMn}_2\text{O}_2$  (Spinelle) oder  $\text{BaTiO}_3$  (Perovskite) bilden.

Der Begriff Heißleiter wird aufgrund der guten elektrischen Leitfähigkeit dieser Sensoren bei höheren Temperaturen verwendet. Der Vorteil von Heißleitern gegenüber Widerstandsthermometern ist deren größere Empfindlichkeit, sowie der größere Widerstandsbereich.

Heißleiter können hinsichtlich ihrer Dotierung in drei Gruppen eingeteilt werden: p-Halbleiter, n-Halbleiter und Ionen-Leiter. Der spezifische Widerstand dieser Sensoren verhält sich antiproportional zu dem Produkt der Beweglichkeit und der Konzentration der dominierenden Ladungsträger. Demnach ist das Temperaturmesssystem maßgeblich von dem Zustand der Mikrostruktur dieser keramischen Sensoren abhängig. Die Kontrolle der

Korngrößen, der Korngrenzeigenschaften und Leerstellen in der Mikrostruktur sowie die Verhinderung von Verunreinigungen sind die dominierenden Ansprüche bei der Fertigung von Heißeitern mit reproduzierbaren Eigenschaften. Um die Eigenerwärmung des Heißeiters zu minimieren wird er zudem mit einem geringen Strom betrieben.

Die Formel für den Verlauf des Widerstands des NTC lautet:

$$R_{NTC}(T) = R_N \cdot e^{B \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_N} \right)}$$

Dabei ist  $T_N$  die Referenztemperatur und  $R_N$  der Grundwiderstand bei  $T_N$ .

Im Allgemeinen kann eine Kennliniengleichung auch für zwei beliebige Bezugstemperaturen  $T_1$  und  $T_2$  aufgestellt werden.

$$R_{NTC,1}(T_1) = R_{NTC,2}(T_2) \cdot e^{B \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)}$$

Zur Ermittlung der Temperatur eines Heißeiters wird normalerweise eine Approximationsfunktion dritten Grades angewandt.

$$\frac{1}{T} = a_0 + a_1 \cdot \ln R_{NTC} + a_2 \cdot (\ln R_{NTC})^2 + a_3 \cdot (\ln R_{NTC})^3$$

Durch Kalibrierung bei vier definierten Temperaturen in einem begrenzten Temperaturbereich können die Konstanten  $a_0$  bis  $a_3$  ermittelt werden und der Kennlinienfehler auf ungefähr 0,001 K begrenzt werden.

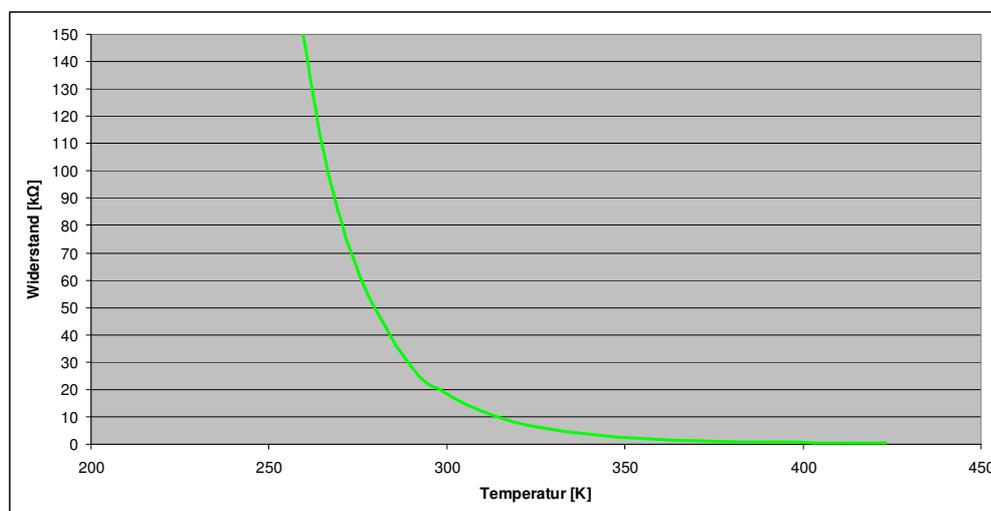


Abbildung 1.2 Widerstandsverlauf des NTC - Sensors über der Temperatur

### 1.1.4 Kaltleiter (PTC)

Bei Kaltleitern handelt es sich um passive Sensoren mit einem positiven Temperaturkoeffizienten (PTC- positive temperature coefficient). Bis 1955 waren nur Halbleiter mit einem negativen Temperaturkoeffizienten bekannt. Damals erhielt das Unternehmen Philips® ein Patent auf ein halbleitendes Material, das einen positiven Temperaturkoeffizienten aufwies, so dass der Widerstand des Sensors bei steigender Temperatur ebenfalls anstieg.

Kaltleiter eignen sich optimal zur Überwachungen von Temperaturgrenzwerten. Der hohe Temperaturkoeffizient ermöglicht ein sehr gutes Schaltverhalten des Kaltleiters bei Erreichen der Schalttemperatur. Die PTC-Sensoren eignen sich allerdings nicht gut zur Bestimmung von exakten Temperaturmesswerten. Bei Kaltleitern handelt es sich um oxidische Mischkristalle aus halbleitenden und ferroelektrischen Materialien. Unterhalb der Curie-Temperatur, der Schalttemperatur, ist der Widerstand niedrig. Wenn diese Temperatur allerdings überschritten wird löst sich die einheitliche Ausrichtung der Kristallite auf und führt damit zu einer Widerstandsänderung um mehrere Zehnerpotenzen. Dieser Vorgang findet in einem eng begrenzten und materialabhängigen Temperaturbereich statt. Daher lassen sich PTC-Sensoren optimal als Temperaturschutzschalter einsetzen. Häufige sind Kaltleiter in dieser Funktion in Generatoren, Transformatoren, Elektromotoren, Dampferzeuger und Heißwassergeräte eingebaut. Der Kaltleiter wird dabei in solch einer Weise verbaut, dass ein Überschreiten der zulässigen Temperatur zur Abschaltung des Geräts oder zu einer Leistungsbegrenzung führt.

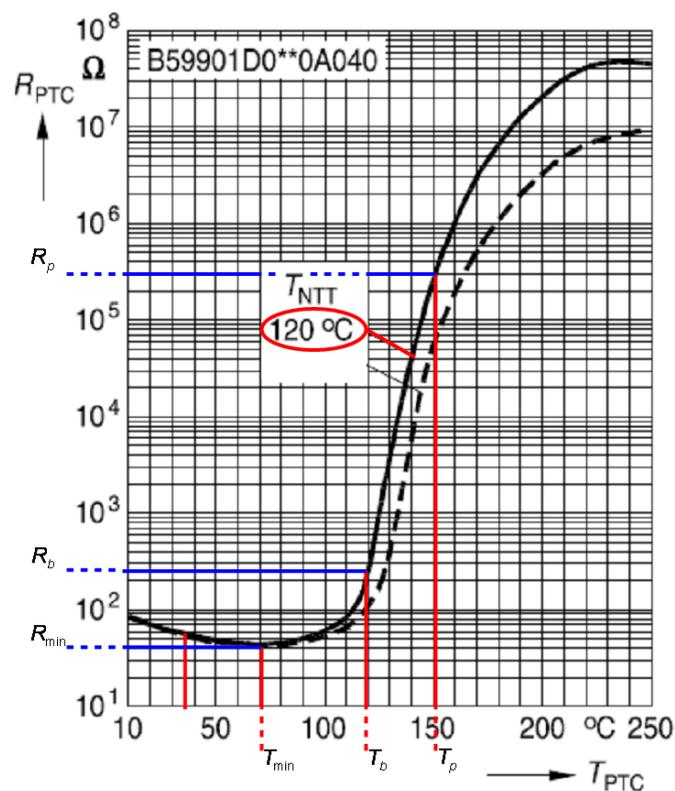


Abbildung 1.3 Temperatur-Widerstandskennlinie des PTC-Sensors

Der Kaltleiter hat noch eine weitere Anwendungsmöglichkeit, die den Effekt der Eigenerwärmung durch den fließenden Strom nutzt. Besonders bei kleinen, am Sensor abfallenden Spannungen stellt sich aufgrund des nahezu konstanten Widerstandes ein annähernd linearer Spannungs-Strom-Verlauf ein. Wird die kritische Temperatur durch die Eigenerwärmung des Sensors erreicht, so beginnt der schnelle Anstieg des Widerstands, was einen gleichzeitigen Abfall des durch den Sensor fließenden Stromes zur Folge hat. Dieser Effekt ermöglicht den Einsatz von PTC-Thermistoren zum Schutz vor Kurzschlüssen und Überlastungen, zur Strombegrenzung von Lautsprechern oder zur Selbstregulierung von Heizelementen, wie sie zum Beispiel in einem Haartrockner eingesetzt werden.

In Abbildung 1.3 sind zwei Kennlinien von Kaltleitern mit unterschiedlichen Schalttemperaturen abgebildet. Im Verlauf des steilen Anstiegs lässt sich der Widerstand in Abhängigkeit der Temperatur wie folgt darstellen:

$$R_{PTC}(T) = R_0 \cdot e^{b(T-T_b)}$$

Die Raumtemperatur wird hier mit 25°C angenommen. Wenn die Temperatur den Wert der Raumtemperatur annimmt, sinkt der Widerstand des PTC bei steigender Temperatur zunächst weiter auf  $R_{\min}(T_{R_{\min}})$  ab. Bei einer Temperatur  $T > T_b$  beginnt der Wert des Widerstandes des Kaltleiters auf Grund der wirksamer werdenden Potentialschwelle an den Korngrenzen sehr schnell anzusteigen. Die Temperatur  $T_b$  ist die Schalttemperatur, auch als Grenztemperatur bezeichnet.

### 1.1.5 Thermoelement

Bei Thermoelementen handelt es sich um aktive Sensoren. Das Thermoelement basiert auf dem 1821 von Thomas Johann Seebeck beschriebenen Effekt. Eine geringe Spannung entsteht, wenn zwei metallische Leiter aus jeweils unterschiedlichen Werkstoffen miteinander verbunden sind und ein Temperaturunterschied über ihrer Länge auftritt. Der Seebeck-Effekt wird auch als Thermoelektrischer Effekt bezeichnet. Die Spannung selbst hängt sowohl von den beiden Materialien als auch von dem Temperaturunterschied zwischen dem Messobjekt  $T_{MO}$  und der Vergleichsstelle  $T_V$  ab.

$$U_{TE} = U_{TS}(T_{MO}) - U_{TS}(T_V)$$

Ein in der Industrie eingesetztes Thermoelement besteht in der Regel aus einem Thermopaar, das zur Messung genutzt wird, wobei die Temperatur an den Klemmen als Referenz dient. Die Klemmentemperatur muss konstant gehalten werden. Ein Schwanken führt zu fehlerbehafteten Messwerten. Das für die Ausgleichsleitung verwendete Material weist die gleichen thermoelektrischen Eigenschaften wie das Thermoelement selbst auf. Aus Kostengründen handelt es sich in der Regel nicht um das gleiche Material wie im Sensor, sondern nur um eins mit den gleichen Eigenschaften, wodurch an den Verbindungsstellen zwischen Thermoelement und Ausgleichspunkt keine Thermospannung entsteht. Erst am Aufnahmegerät, bei dem die Ausgleichsleitungen mit normalen Kupferleitungen verbunden werden, tritt die Thermospannung auf. Die Temperatur an diesem Ort muss entweder bekannt sein oder durch einen internen Temperaturfühler gemessen und berücksichtigt werden.

Die am Thermoelement entstehende Spannung ist nichtlinear.

$$U(\vartheta) = \sum_{i=0}^n (a_i \cdot \vartheta^i) + c_0 \cdot e^{c_1(\vartheta - c_2)^2}$$

Mit einer maximalen Abweichung von  $\pm 0,1$  K kann eine Approximationsgleichung durch ein Polynom 4. Ordnung dargestellt werden.

$$U^*(\vartheta) = \sum_{j=0}^4 (a_j^* \cdot \vartheta^j)$$

Die Temperatur am Thermoelement kann durch die inverse Spannungsgleichung aus der gemessenen Spannung am Thermoelement bestimmt werden.

$$\vartheta = \sum_{i=0}^m (b_i \cdot U^i)$$

Für die inverse Kennlinie  $\vartheta^*$  kann im Temperaturbereich von 10°C bis 280°C ein Polynom 4. Ordnung genutzt werden.

$$\vartheta^* = \sum_{j=0}^4 (b_j^* \cdot U^j)$$

Die Einsatztemperatur ist das maßgebliche Kriterium wenn es um die Auswahl des passenden Thermoelements geht. Des Weiteren sollte ein Element mit hoher Thermospannung gewählt werden, um ein möglichst störungsempfindliches Messsignal zu erhalten.

Thermoelemente werden in verschiedene Typen eingeteilt. Diese unterscheiden sich durch die gewählte Thermopaarung (z.B. Typ K: NiCr-Ni; Typ T: Cu-CuNi). Die unterschiedlichen Typen sind zudem durch ein Farbcode unterscheidbar.

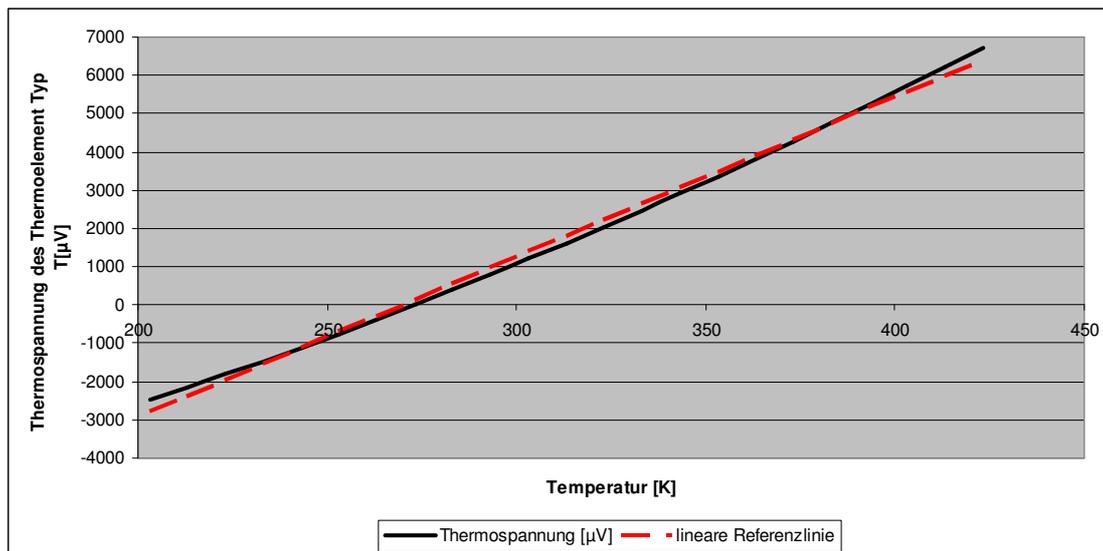


Abbildung 1.4 Thermospannung des Thermoelements in Abhängigkeit der Temperatur

## 1.2 Eigenerwärmung

Bei passiven Sensoren wird ein Strom  $I_{\text{Sensor}}$  benötigt um den Widerstand des Sensors  $R_{\text{Sensor}}(\vartheta)$  zu ermitteln. Die am Sensor verlorene Leistung wird in Wärme umgesetzt, welche auf den Sensor selbst und auf seine Umgebung einwirkt. Die Leistung lässt sich folgendermaßen bestimmen.

$$P_{\text{Sensor}} = U_{\text{Sensor}} \cdot I_{\text{Sensor}} = R_{\text{Sensor}}(\vartheta) \cdot I_{\text{Sensor}}^2 = \frac{U_{\text{Sensor}}^2}{R_{\text{Sensor}}(\vartheta)}$$

Die Temperaturerhöhung durch den fließenden Strom ist proportional zu der am Sensor abfallenden Leistung  $P_{\text{Sensor}}$ . Der Proportionalitätsfaktor ist der Eigenerwärmungskoeffizient  $K_{\text{EW}}$ . Seine Einheit wird in  $[\text{K}/\text{W}]$  bzw. in  $[\text{K}/\text{mW}]$  angegeben. Hierdurch gibt

es einen direkten Zusammenhang zwischen der Temperaturabweichung und dem temperaturabhängigen Widerstand des Sensors.

$$\Delta T = K_{EW} \cdot P_{Sensor} = K_{EW} \cdot \frac{U_{Sensor}^2}{R_{Sensor}(\vartheta)} = K_{EW} \cdot R_{Sensor}(\vartheta) \cdot I_{Sensor}^2$$

Der Kehrwert der Eigenerwärmungskoeffizienten  $1/K_{EW}$  ist der sogenannte Wärmeleitwert.

### 1.3 Leistungsbilanz am Temperatursensor

Passive Sensoren messen nicht die Temperatur des Messobjekts sondern ihre eigene Temperatur. Wird der Sensor (Temperatur  $T(t)$ ) mit dem Messobjekt (Temperatur  $T_{MO}(t)$ ) in Kontakt gebracht, nimmt dieser mit der Zeit die Temperatur des Objekts an.

Für die Leistungsbilanz am Sensor gilt

$$c \frac{dT(t)}{dt} = \dot{Q}(t) + u(t) \cdot i(t).$$

D.h. die Temperaturänderung des Sensors  $\frac{dT(t)}{dt}$  mal dessen Wärmekapazität  $c$  setzt sich

aus dem Wärmestrom  $\dot{Q}(t)$  und der Eigenerwärmung  $u(t) \cdot i(t)$  zusammen.

Für den Wärmestrom von Messobjekt zu Sensor gilt

$$\dot{Q}(t) = \alpha \cdot A \cdot (T_{MO}(t) - T(t)).$$

Unter Vernachlässigung der Eigenerwärmung gilt demnach

$$c \frac{dT(t)}{dt} = c \dot{T}(t) = \alpha \cdot A \cdot (T_{MO}(t) - T(t)).$$

Im Frequenzbereich folgt daraus

$$(cs + \alpha \cdot A)T(s) = \alpha \cdot A \cdot T_{MO}(s)$$

$$G(s) = \frac{T(s)}{T_{MO}(s)} = \frac{\alpha \cdot A}{cs + \alpha \cdot A} = \frac{1}{(c/\alpha \cdot A)s + 1} = \frac{1}{T_1 s + 1}.$$

Demnach kann der Wärmeübergang zwischen Messobjekt und Sensor vereinfacht als Verzögerungsglied 1ter Ordnung (PT1-System) angenommen werden.

Zur Bestimmung der Zeitkonstante siehe AML Skript Versuch Filter.

## 2 Versuch

Ziel des Versuches ist es, die dynamischen und stationären Eigenschaften von Sensoren am Beispiel von Temperatursensoren zu demonstrieren und dadurch Anwendungsgrenzen zu zeigen. Hierzu werden unterschiedliche Messungen bei verschiedenen vordefinierten Temperaturen durchgeführt.

### 2.1 Versuchsaufbau

Die zu messenden Temperaturen werden durch das regelbare Heizplattensystem mit drei individuell ansprechbaren Heizplatten erzeugt. Diese werden über vier Temperatursensoren im Sensorkopf messtechnisch erfasst. Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 2.1 abgebildet.

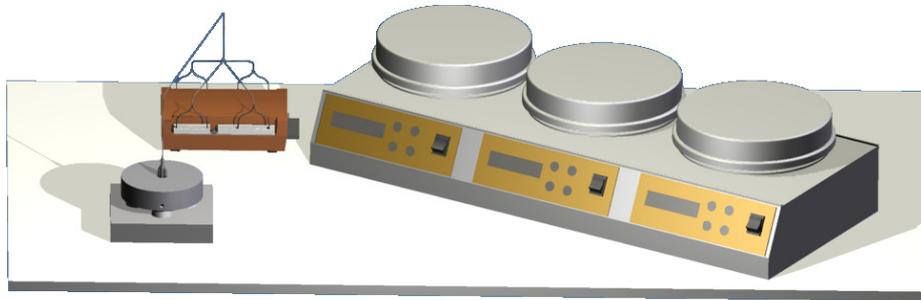


Abbildung 2.1 Versuchsaufbau

Der Sensorkopf ruht auf einer Abkühlplatte. Vier Temperatursensoren sind mit dem MERDLAB TEMP CF USB-Board verbunden. Dieses erfasst die an den Sensoren anliegenden Spannungen. Die Messwerte werden auf die Speicherkarte des USB-Boards abgelegt. Die aktuellen Messwerte werden zusätzlich auf dem, mit dem USB-Board verbundenen, Computer graphisch dargestellt.

Der Sensorkopf ist detailliert in Abbildung 2.2 abgebildet. Bei den Sensoren handelt es sich um einen PT100, einen NTC, einen PTC und ein Thermoelement.

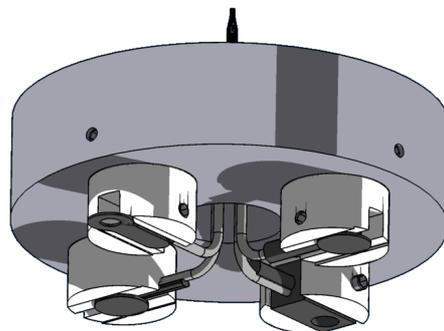


Abbildung 2.2 schematische Darstellung des Sensorkopfes

Bei dem Thermoelement wird die Thermospannung  $U_{TE}$  abgegriffen und verstärkt. Die Widerstandssensoren werden mit einem konstanten Strom von  $10 \mu\text{A}$  betrieben. Die Widerstandsänderung, welche durch die Temperaturänderung der Sensoren hervorgerufen wird, führt somit zu einer Änderung der abgegriffenen Spannung.

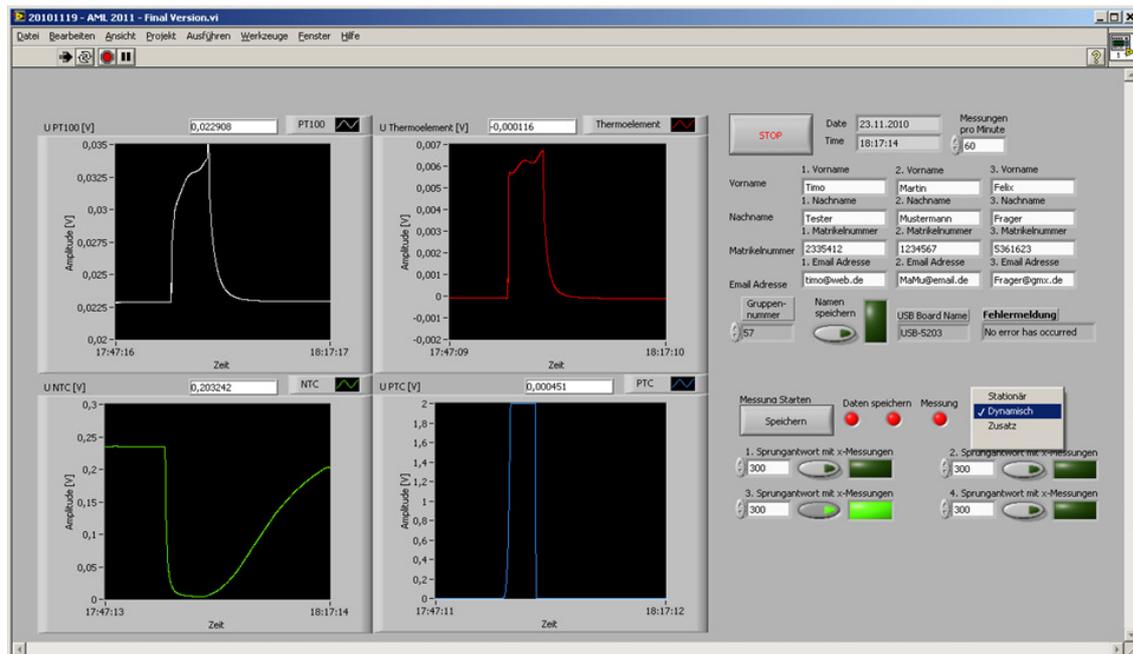


Abbildung 2.1-1 Bedienoberfläche des Messprogramms

## 2.2 Versuchsdurchführung

Zum Vergleich der verschiedenen Temperatursensoren sollen zunächst die stationären Kennlinien aufgenommen werden. Mit deren Hilfe sollen dann die dynamischen Messungen ausgewertet und verglichen werden. Um die Versuchszeit möglichst gering zu halten, werden stationäre und dynamische Messungen parallel durchgeführt.

### Stationäre Kennlinie

Im Temperaturbereich von Raumtemperatur bis 150°C sollen im Abstand von maximal 20°C möglichst viele Temperaturen und die dadurch an den Sensoren abfallenden Spannungen aufgenommen werden. Dafür werden die verschiedenen Temperaturen durch das Heizplattensystem erzeugt. Der Sensorkopf wird auf die entsprechende Heizplatte gestellt, sodass die Sensoren die Temperatur dieser annehmen. Dies kann bis zu ein paar Minuten dauern. Dabei sollte die graphische Ausgabe berücksichtigt werden. Zeigt diese keine große Spannungsänderung mehr an, kann angenommen werden, dass die Sensoren eingeschwungen sind und eine stationäre Messung kann durchgeführt werden.

Dafür muss das Messprogramm auf Stationär gestellt sein. In das Feld „Temperaturwert“ muss die aktuelle Temperatur der Heizplatten eingegeben werden. Wird der Speicherbutton betätigt, wird diese Temperatur zusammen mit den an den Sensoren abfallenden Spannungen in eine Tabelle gespeichert. Um einen genaueren Wert zu erhalten, sollte diese Messung bei einer Temperatur mindesten fünfmal wiederholt werden.

### Dynamische Messungen

Die Dynamik der Sensoren ist maßgeblich durch den Wärmeübergang vom Messobjekt zum Sensor bestimmt. Dieser Wärmeübergang kann als PT1 System angenommen werden. Die Dynamik soll über verschiedene Sprungantworten bestimmt werden. Dafür wird der Sensorkopf, welcher sich auf einer Heizplatte im eingeschwungenen Zustand befindetet, auf eine

andere Heizplatte mit konstanter Temperatur gesetzt. Dies erzeugt so einen Temperatursprung am Eingang des Messsystems und der Sensor nimmt mit der Zeit die neue Platten-temperatur an. Dieser Ausgleichsvorgang wird über die Zeit aufgenommen.

Dafür muss das Messprogramm auf Dynamisch gestellt werden. Es stehen 12 Speicherplätze zur Verfügung. Pro Messung muss die Anzahl der Messwerte festgelegt werden. Das Programm speichert dann mit der angegebenen Genauigkeit die Sensorspannungen in eine Datei. Dabei sollte das Programm erst gestartet werden, bevor der Sensorkopf umgesetzt wird um auch das Anfangsverhalten zu erhalten.

## 2.3 Versuchsauswertung

Alle Messungen werden in Excel-Dateien und im Text-Format gespeichert, welche dann ausgewertet werden können. In einer Datei werden alle stationären Messungen gespeichert. Zudem wird jede dynamische Messung in eine neue Datei gespeichert. In der Datei liegen die Messwerte in folgender Form vor.

$$\text{Messung} = (\text{Zeit} \quad U_{\text{PT100}} \quad U_{\text{Thermoelement}} \quad U_{\text{Hei\ss} \text{leiter}} \quad U_{\text{Kaltleiter}} \quad \vartheta_{\text{HZ}} \quad \vartheta_{\text{Raum}})$$

Zuerst wird der Zeitpunkt der Messung gespeichert. In den nächsten Spalten liegen die Spannungen der Sensoren vor in der Reihenfolge – PT100, Thermoelement, Heißleiter und Kaltleiter. In der sechsten Spalte befindet sich die Heizplattentemperatur die von Benutzer vorgegeben war und die letzte Spalte beinhaltet die Raumtemperatur als Referenz.

### Stationäre Kennlinie

1. Bestimmen Sie die stationären Kennlinien aller Sensoren. Stellen Sie diese grafisch dar.
  - a. Bei Thermoelement -  $U(\vartheta)$ .
  - b. Bei Widerstandssensoren (PT100, NTC, PTC) -  $R(\vartheta)$ .
2. Approximieren Sie die stationären Kennlinien jeweils durch eine Funktion.  
Hinweis: Vergleichen Sie beim PT100 zusätzlich die lineare Approximation mit der Quadratischen.
3. Invertieren Sie die Gleichungen um von den Spannungen/ Widerständen auf die entsprechende Temperatur rückschließen zu können.

### Dynamisches Verhalten

4. Bestimmen Sie aus den aufgenommenen Spannungsverläufen bei einem Temperatursprung die entsprechende Sensortemperaturen. Stellen Sie den Temperaturverlauf grafisch dar.
5. Bestimmen Sie die Zeitkonstante des Wärmeübergangs von Heizplatte zu Sensor unter Vernachlässigung der Eigenerwärmung.
6. Zusatz



Grundlagenlabor (AML / Kleine Laborarbeit)

# Die Wheatstone Messbrücke als Signalumformer am Beispiel von DMS-Wägezellen

## Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung .....	2
2	Theoretische Grundlagen .....	3
2.1	Bauformen von DMS-Wägezellen.....	4
2.2	Dehnungsmessstreifen.....	5
2.2.1	Theorie.....	7
2.2.2	Theoretische Grundlagen der DMS.....	8
2.2.3	Arten und Aufbau der DMS.....	9
2.2.4	Aufbau eines DMS .....	11
2.3	Wheatstone Messbrücke .....	12
2.3.1	Die Wheatstone Messbrücke zur Bestimmung von Dehnungen.....	13
2.4	Messkette von DMS-Wägezellen .....	16
3	Versuch .....	18
3.1	Versuchsbeschreibung .....	18
3.1.1	Wheatstone Messbrücke: .....	22
3.1.2	Offene Wägezelle:.....	24

# 1 Einleitung

Schwerpunkt dieses Versuchs ist die Wheatstone Messbrücke als Signalumformer für Dehnungsmessstreifen und deren Bedeutung in der Messkette zur Bestimmung der Masse mittels Waagen.

Eine Waage wird als „Messgerät, das die Masse eines Körpers durch die Einwirkung der Schwerkraft auf diesen Körper ermittelt“ definiert. In jeder Waage bilden dabei eine oder mehrere Wägezellen den messtechnischen Kern.

Die Wägezellen fungieren hierbei als Kraftaufnehmer der durch die Erdbeschleunigung verursachten Gewichtskraft einer Masse. Ihr Unterschied zu herkömmlichen Kraftaufnehmern besteht in der Normierung des Ausgangssignals zur Masse, nicht zur wirkenden Kraft.

Unterschieden wird zwischen verschiedenen Prinzipien der Aufnehmertechnik.

Je nach Anwendung werden in Waagen Dehnungsmessstreifen-basierende Aufnehmer, Aufnehmer nach dem elektrodynamischen Prinzip, piezoelektrische Aufnehmer, hydraulische Aufnehmer, magnetoelastische Aufnehmer, interferenzoptische Aufnehmer, gyroskopische Aufnehmer, Saitenschwinger Aufnehmer (Klaviersaitenprinzip) oder Aufnehmer nach dem Stimmgabelprinzip verwendet. Die häufigste Aufnehmerbauweise für Wägezellen ist der Aufbau mit Dehnungsmessstreifen (DMS).

Durch die Bedeutung der Wägezelle als wichtiges messtechnisches Element wurde mit der Richtlinie OIML R60 (Organisation Internationale de Métrologie Légale, Internationale Organisation des eichpflichtigen Messens) die internationale Grundlage zur metrologischen Klassifizierung von Wägezellen geschaffen [4].

## 2 Theoretische Grundlagen

Einfache elektromechanische Waagen bestehen aus Lastaufnehmer, Wägezelle und elektrischer Auswerteelektronik und Anzeigerät.

Die Wägezelle ist dabei der Aufnehmer der durch die zu vermessende Masse verursachten Gewichtskraft:

$$F_G = m \cdot \left(1 - \frac{\rho_L}{\rho_M}\right) \cdot g \quad (2.1)$$

( $\rho_L$  = Dichte Luft;  $\rho_M$  = Dichte Masse;  $g$  = Fallbeschleunigung)

Zur Erzeugung des elektrischen Ausgangssignals ist eine mehrfache Umformung des Eingangssignals notwendig. Die Verfahren hängen dabei von dem eingesetzten Typ der Wägezelle ab.

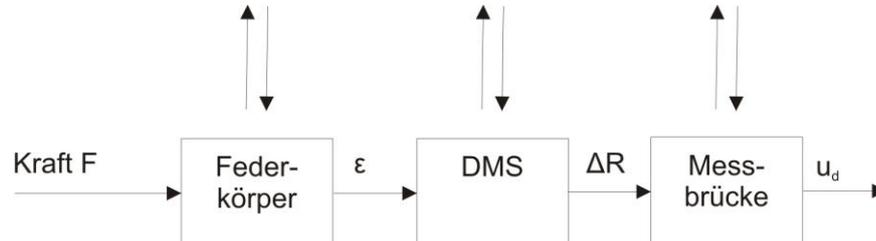


Bild 2.1: Messkette des Kraftsensors (vereinfacht)

Die Anforderungen an die Wägezellen hängen hierbei von den jeweiligen Einsatzbedingungen ab. Die Behandlung der verschiedenen Wägezellenbauarten erfolgt nach Kriterien wie etwa der Eichfähigkeit zusammen.

Die wichtigsten Kenngrößen von Wägezellen sowie Einflussgrößen und Messabläufe werden in der Richtlinie OIML R60 beschrieben [4].

## 2.1 Bauformen von DMS-Wägezellen

Die häufigste Bauform der Wägezellen sind Aufnehmer mit Dehnungsmessstreifen als Sensorelement. Die Gewichtskraft wird durch einen Federkörper aufgenommen, indem sich eine Reaktionskraft

$$F_R = -c \cdot s \quad (2.2)$$

einstellt, wobei  $c$  die Federsteifigkeit des Federkörpers bezeichnet und  $s$  den Federweg (Verformung). Es entsteht damit eine bleibende (wenn auch minimale) Abweichung durch den Federweg (typisch 0,1 - 0,2 mm). Diese muss je nach Applikation berücksichtigt werden.

Die Federkörper werden je nach vorgesehmem Lastbereich sowie der vorliegenden Umgebungsbedingungen ausgelegt. Entscheidend hier sind Platzverhältnisse, Umweltbedingungen wie Explosionsschutz, Anforderung an Genauigkeit sowie die Lasteinleitung.

In Abbildung 2.2 sind verschiedenen Bauformen dargestellt:

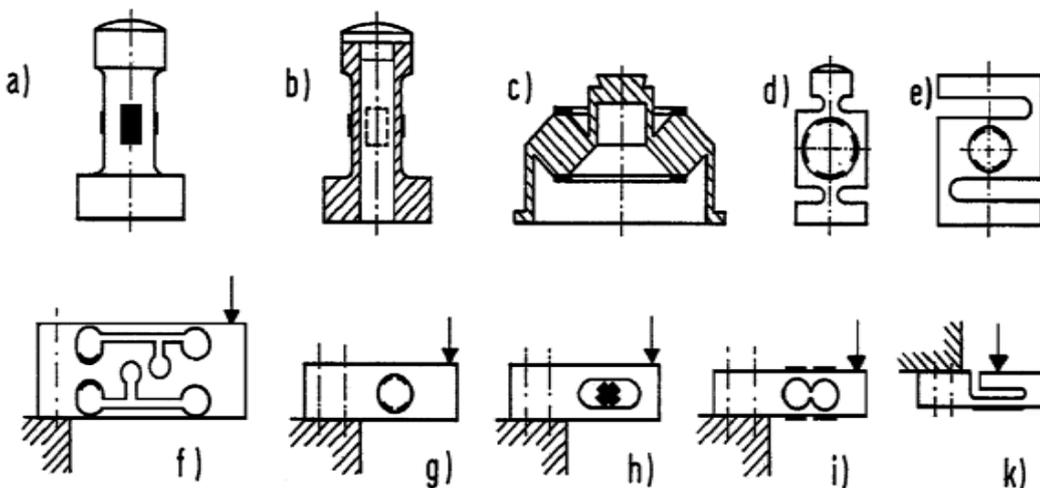


Bild 2.2: Bauarten von DMS-Wägezellen [3]

- a) Stauchzylinder 5t-1000t; b) Stauchzylinder (hohl) 1t-10t; c) Ringverwölbung/Ringtorsion 60kg-1000t; d) Ring 1t-10t; e) Doppelbiegebalken (vereinfacht) mit Kraftrückführung 10kg-500kg; f) Plattformwägezelle 5kg-20kg; g) Doppelbiegebalken (vereinfacht) 50 kg-5t; h) Scherbiegebalken 100kg-50t; i) Doppelbiegebalken 10kg-1t; k) Einfachbiegebalken mit Kraftrückführung 5kg-100kg [3]

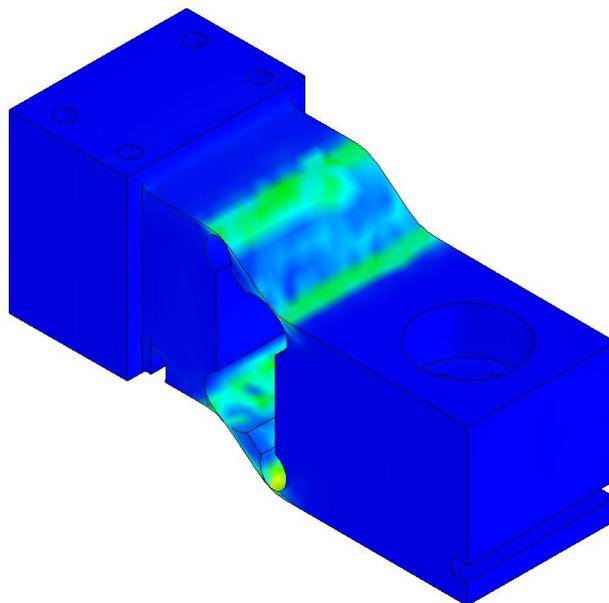
### Biegebalken

Messelemente, die eine Biegekraft messen, werden in vielen Konfigurationen als industrielle Aufnehmer eingesetzt. Biegestäbe ermöglichen hohe Dehnungen bei relativ kleinen Kräften und eignen sich deshalb ideal für niedrige Laststufen.

Bei Biegestäben mit symmetrischem Querschnitt der Biegeachse sind immer zwei Flächen gleichen Dehnungen mit umgekehrtem Vorzeichen ausgesetzt. Dies ermöglicht den Aufbau einer Vollbrückenschaltung und vereinfacht die Temperaturkompensation.

Die meisten nach dem Biegekraftprinzip arbeitenden Wägezellen haben parallelogrammförmige Messelemente („Plattformwägezellen“ **f**) bzw. sind Doppelbiegestäbe. (**g,i**)

Das Prinzip der Biegekraftmessung bietet ausgezeichnete Linearität. Biegestäbe ermöglichen im Vergleich zu anderen Messprinzipien relativ hohe Dehnungen und größere Verformungen. Dies wiederum bedeutet, dass die Wägezelle zwar höheren statischen Überlastungen ausgesetzt ist, mechanische Begrenzungen jedoch einfacher realisierbar sind. Die dynamische Überlastbarkeit ist wegen der typischen hohen Verformung ausgezeichnet.



*Bild 2.3: FEM-Simulation eines Doppelbiegebalkens bei Belastung*

## 2.2 Dehnungsmessstreifen

Dehnungsmessstreifen (DMS) sind Verformungsaufnehmer, die an Objekten eingesetzt werden können, deren Verformungswiderstand (Steifigkeit) sehr groß gegenüber der Steifigkeit der DMS ist. Sie dienen zur Bestimmung der Dehnung an Oberflächen fester Körper. Meist wird der DMS auf der Oberfläche des Prüflings mit Spezialkleber so befestigt,

dass das Messgitter der Oberflächendehnung des Prüflings folgt. Aus der mit dem DMS ermittelten Dehnung kann die zugehörige mechanische Spannung berechnet werden.

Die DMS können auf verschiedene Arten und aus den unterschiedlichsten Materialien hergestellt werden:

- Metallische oder halbleitende Gebilde in der Gestalt von Drähten
- Leiterbahnen aus ausgeätzten Metallfolien
- Halbleiterchips (Si) mit Leiterbahnen, die durch *pn*-Übergänge vom Grundmaterial getrennt sind
- Strukturierte Dünnschichtleiterbahnen, die auf metallische oder keramische Messfedern aufgebracht werden
- In Dickschichttechniken mit Druckverfahren (Siebdruck) übertragene und aufgesinterte Leiterbahnen
- Sputterverfahren zur Aufbringung der Widerstände direkt auf ein den Verformungskörper

Die Industrie liefert vielfältige Typen und Abmessungen von DMS, die als Metallgitterfolien bevorzugt zwischen zwei Isolierfolien verklebt und mit Lötkontakten versehen sind und damit bereits anwendungsbereit konfektioniert sind. Die durch Material und Leiterbahnabmessungen realisierten ohmschen Widerstände liegen zwischen etwa 25 und 5000  $\Omega$ . Typische Werte der Dehnungsmesstreifen für Wägezellen sind 350  $\Omega$ , 1000  $\Omega$  und 4000  $\Omega$ . Für aufgeklebte Dehnungsmesstreifen stehen verschiedene Klebesysteme zur Verfügung.

Der Aufbau der DMS-Messstelle und die Gestaltung der Messkette, d.h. die Auswahl von Messgitterwerkstoff, Träger- und Isolierfolien, Klebersystemen und elektrischen Betriebsarten des DMS hängen von folgenden Faktoren ab:

- Einsatzbereiche bezüglich Temperatur, Feuchtigkeit, Messaufgabe (statisch bzw. dynamisch), ionisierender Strahlung etc.
- Dehnungsmessbereich und Messgitterlänge, Werkstoff des zu untersuchenden Bauteils
- Wärmeleitfähigkeit für die elektrische DMS-Verlustleistung
- ein- oder mehrachsige Dehnungsmessung
- geforderte Messgenauigkeit

Außer den am häufigsten eingesetzten Dehnungsmessstreifen gibt es weitere Dehnungsmessverfahren, die im Folgenden kurz aufgegliedert sind. Nähere Beschreibungen dazu sind z.B. in [1] und [2] zu finden.

- Mechanische Setzdehnungsmesser, z.B. Huggenberg-Tensometer
- Mechanisch-optische Setzdehnungsmesser, z.B. Spiegelapparat nach Martens
- Kapazitive Dehnungsaufnehmer
- Induktive Dehnungsaufnehmer
- Piezoelektrische Dehnungsaufnehmer
- Oberflächenwellenoszillatoren (VDI-Bericht Nr. 677/1988)
- Reißlack (optische Bestimmung der Rissdichte unter einem Mikroskop)
- Spannungsoptik (Lichtbrechung)
- Speckle-Messtechnik (Interferometrie)
- Laser-Scan-Verfahren (Korrelationsverfahren)
- Holografische Verfahren (optische Verformungsmessung über die Gestaltänderung)
- Moire-Technik (Streifenüberlagerungen)
- Thermoelastische Messverfahren mittels Thermoelementen oder Wärmebildkameras
- Faser-Bragg Sensoren mit dehnungsabhängigen optischen Filtereigenschaften

### 2.2.1 Theorie

Der mit der DMS-Verformung gekoppelte Messeffekt besteht darin, dass der elektrische Widerstand eine Funktion der Verformung ist. Dieser Dehnungs-Widerstandseffekt wurde bereits 1843 von Wheatstone entdeckt und 1856 von Thomson weiter systematisch untersucht. Bei der Verformung ändert sich sowohl die Geometrie (Querschnitt  $A$ , Länge  $l$ ) als auch der spezifische elektrische Widerstand ( $\rho$  = Materialkonstante  $f(\varepsilon, \vartheta)$ ) der Leiter. Der in  $\Omega$  auszudrückende Widerstand  $R$  eines elektrischen Leiters mit festgelegter Querschnittsfläche ist gegeben durch:

$$R = \frac{\rho[\Omega \cdot \text{m}] \cdot l[\text{m}]}{A[\text{m}^2]} \quad (2.2)$$

Dehnungen  $\varepsilon$  werden beschrieben durch technische oder Lagrange'sche Dehnungen  $\varepsilon_t$ , mit der Definitionsgleichung

$$\varepsilon_t := \frac{\Delta l}{l_0} \quad (2.3)$$

mit  $l_0$  als unverformter Bezugslänge und  $\Delta l$  als verformungsbedingter Längenänderung.

Bevorzugt wird die Dehnung zur Analyse des Verformungszustandes auf der Werkstückoberfläche erfasst. Die Dehnung als bezogene geometrische Größe wird mit unterschiedlichen Verfahren der berührenden und berührungslosen Längenmessung bestimmt.

### 2.2.2 Theoretische Grundlagen der DMS

Ausgangspunkt der Überlegungen ist, dass die elastischen Längenänderungen eines Widerstandsdrahtes Änderungen des ohmschen Widerstandes zur Folge haben. Die am Leiter abfallende Spannung (konstanter Strom vorausgesetzt) entspricht der Widerstandsänderung und signalisiert damit praktisch verzögerungsfrei die Dehnung.

Auf  $R$  in Gl.(2.2) wirkt die durch Dehnung hervorgerufene Längenänderung. Diese ist durch Querkontraktion von einer Querschnittsänderung und durch Änderung der Atomabstände im Gitterverband des Leiters von einer Änderung des spezifischen Widerstandes begleitet. Der ohmsche Widerstand  $R$  ist also eine Funktion der drei voneinander abhängigen Größen  $\rho$ ,  $l$  und  $A$ .

$$R = f(\rho, l, A) \quad (2.4)$$

Für die praktische Anwendung, d.h. kleine Änderungen der Größen, darf man statt der Differentiale der Gleichung (2.2) die endlichen Änderungen, die Differenzen verwenden. Mit der Dehnung  $\varepsilon = \Delta l/l$  folgt:

$$\frac{\Delta R}{R} = (1 + 2\nu)\varepsilon + \frac{\Delta \rho}{\rho} \quad (2.5)$$

Dividiert man diese Gleichung durch  $\varepsilon$ , so ergibt sich der sog. Geberfaktor bzw. *k-Faktor* (dimensionslos)

$$k = \frac{\frac{\Delta R}{R}}{\varepsilon} = (1 + 2 \nu) + \frac{\frac{\Delta \rho}{\rho}}{\varepsilon} \quad (2.6)$$

Der *k*-Faktor kennzeichnet die Empfindlichkeit des DMS.

Neben der Widerstandsänderung durch mechanische Einflüsse ist die Widerstandsänderung durch thermische und ggf. durch ionisierende Strahlung sowie chemische und elektrische Isolationseinflüsse zu berücksichtigen, so dass auch zeitliche, d.h. kriechende Widerstandsänderungen zu beachten sind. Auch der Abbau von Eigenspannungen im Widerstandsmaterial kann Ursachen für die Zeitabhängigkeit eines Widerstandes sein.

### 2.2.3 Arten und Aufbau der DMS

#### 2.2.3.1 Metallische DMS

Bei den für DMS verwendeten Metallen bzw. entwickelten Legierungen ist für einen breiten Temperatur- und Dehnungsbereich der *k*-Faktor näherungsweise konstant. Wird die Änderung des spezifischen Widerstandes mit der Verformung vernachlässigt, was bei einigen metallischen Werkstoffen zulässig ist, so vereinfacht sich Gl.(2.6) zu

$$k = 1 + 2 \nu \quad (2.7)$$

Mit  $\nu = 0,3$  nimmt der *k*-Faktor den Wert  $k \approx 1,6$  an. Es besteht eine lineare Abhängigkeit der relativen Widerstandsänderung von der Dehnung (Gl.(2.8)) mit Proportionalitätsfaktoren im Größenordnungsbereich von 1 bis 4.

$$\frac{\Delta R}{R} = k \cdot \varepsilon \quad (2.8)$$

Für den normalen Temperatur- und Dehnungsbereich kann mit folgenden mittleren Proportionalitätskonstanten *k* gerechnet werden:

Messgitterwerkstoff (Handelsname)	Richtanalyse [%]	mittlerer $k$ -Faktor (ca.)
Konstantan	57 Cu, 43 Ni	2,05
Karma	73 Ni, 20 Cr, Rest Fe + Al	2,1
Nichrome V	80 Ni, 20 Cr	2,2
Platin-Wolfram	92 Pt, 8 W	4

Tabelle aus [2]

Die Abweichungen von  $k = 1,6$  sind auf die Änderungen des spezifischen Widerstandes durch die Verzerrungen des metallischen Kristallgitters (vgl. Halbleiter DMS) zurückzuführen. Die relative Unsicherheit der experimentell in der Serienproduktion von DMS bestimmten  $k$ -Faktoren beträgt ca.  $\pm 1,5\%$ .

Der  $k$ -Faktor und auch der Widerstand  $R$  sind meist auf der Verpackung des DMS angegeben. Relevante Norm ist die VDI/VDE-Richtlinie 2635 (Kenngrößen und Prüfbedingungen metallischer DMS) [6].

### 2.2.3.2 Halbleiter DMS

Halbleiter-DMS, die hier nur zur Übersicht genannt werden sollen, beruht der Messeffekt vorzugsweise auf dem Piezo-Widerstandseffekt der Halbleiter. Mechanische Beanspruchungen Bei führen zu erheblichen Widerstandsänderungen, die sich aus der veränderten Elektronenbeweglichkeit ergeben.

Der Einfluss der geometrischen Veränderungen, der bei metallischen DMS ausschlaggebend ist, kann bei Halbleiter-DMS vernachlässigt werden. Zahlenwerte für die  $k$ -Faktoren handelsüblicher Silizium-DMS liegen, abhängig von der Orientierung der Beanspruchungsrichtung zum Gitter des Einkristalls und der Dotierung als p- oder n-Leiter, bei +110 bis +130 und bei -80 bis -100.

Damit ist zwar eine hohe Empfindlichkeit gegeben, sie wird jedoch mit einer sehr hohen Temperaturabhängigkeit und Nichtlinearitäten zwischen  $\Delta\varepsilon$  und  $\Delta R$  erkauft.

Es werden heute Kraft- und Druckaufnehmer angeboten, bei denen Si-Einkristalle als Messfedern (Verformungskörper) verwendet werden und bei denen Si-DMS monolithisch mit den Si-Grundkörpern verbunden sind. Aufgrund des Einkristallaufbaus bleiben Kriechen und Hysterese dieser Aufnehmer sehr klein. Auch entfällt der gerade erwähnte Nachteil der hohen Temperaturabhängigkeit, da alle Aufnehmer aus demselben Einkristall sind

und die örtlichen Temperaturunterschiede durch die eng zusammenliegenden DMS einer Halb- oder Vollbrücken vernachlässigt werden können. Diese Art von Aufnehmern wird hauptsächlich im Präzisionsaufnehmerbau verwendet.

#### 2.2.4 Aufbau eines DMS

Den prinzipiellen Aufbau eines üblichen DMS zeigt Bild 2. schematisch. Zwischen zwei dünnen Folien aus Kunststoff befindet sich das sog. Messgitter, der aktive Teil des DMS. Es besteht aus einer Metallfolie. Dickere Anschlüsse an den Messgitterenden erleichtern den Anschluss von Kabeln. Die einzelnen Schichten des DMS sind untrennbar miteinander verklebt oder verschweißt. Die Kunststofffolie, der sog. Messgitterträger, dient zur elektrischen Isolation und mechanischen Krafteinleitung, sie erleichtert die Handhabung des DMS und schützt das Messgitter besonders bei Montage und Handhabung. Zur Herstellung der Messgitter eignen sich nur einige wenige Materialien. Welches davon der Hersteller für eine DMS-Serie auswählt, hängt von dem vorgesehenen Anwendungsbereich ab. Ein grundsätzlicher Unterschied, sowohl in der Wirkungsweise als auch im Herstellungsverfahren, besteht zwischen „metallischen DMS“ und „Halbleiter-DMS“.

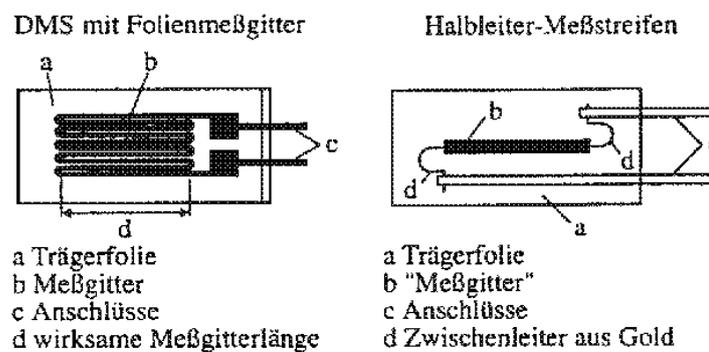


Bild 2.4 Prinzipieller Aufbau von DMS

Vorzugsweise richtet man sich bei der Auswahl der DMS-Materialien nach der thermischen linearen Dehnung des Objektes, um bei Temperaturschwankungen an der Messstelle scheinbare Dehnungen der DMS zu vermeiden. Für einige Paarungen von Werkstoffen und DMS liefern die DMS-Hersteller die Kurven scheinbarer Dehnungen als Funktion der Temperatur. Diese Kurven sind auf eine Verklebetemperatur bezogen. Die Messgitter metallischer DMS werden entweder aus Folien mit einer Dicke zwischen 3 und 5  $\mu\text{m}$  im Fotoätzverfahren hergestellt, oder aber aus Drähten mit Durchmessern zwischen 15 und 25  $\mu\text{m}$  gewickelt.

## 2.3 Wheatstone Messbrücke<sup>1</sup>

Neben dem in diesem Versuch vorgestellten Einsatz mit DMS wird die Wheatstone Messbrücke für weitere Anwendungen eingesetzt. Grundsätzlich kann die Brückenschaltung in zwei verschiedenen Verfahren eingesetzt werden.

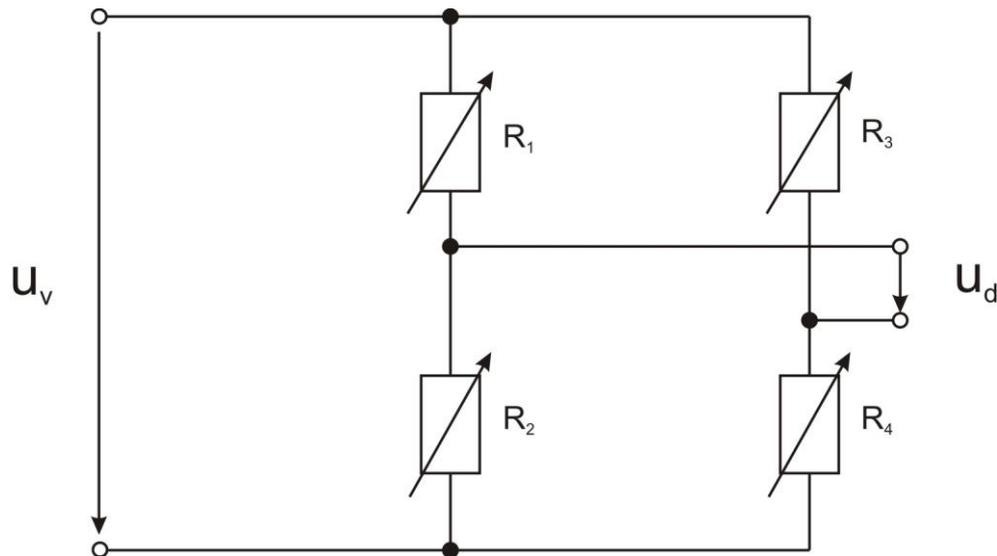


Bild 2.4 Vollbrückenschaltung mit vier Widerständen [2]

Mit dem **Abgleichverfahren** (auch Kompensationsverfahren) ist es möglich, über die Messbrücke einen unbekanntes Widerstand zu bestimmen. Im einfachsten Fall sind die Widerstände R<sub>1</sub> - R<sub>4</sub> gleich, dem entsprechend ist u<sub>d</sub> null, die Messbrücke ist abgeglichen. Allgemein abgeglichen ist die Messbrücke für den Fall, dass die Quotienten

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad (2.1)$$

gleich sind.

Als Brückenverstimmung wird die Spannungsdifferenz u<sub>d</sub> ungleich null bezeichnet. Die Brückenverstimmung kann mit

$$u_d = u_v \cdot \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right) \quad (2.2)$$

berechnet werden [2]. Zur Bestimmung eines unbekanntes Widerstands R<sub>M</sub> an der Stelle von R<sub>1</sub> kann dieser bei abgeglichener Messbrücke (u<sub>d</sub> = 0) über

$$R_M = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_4} \quad (2.3)$$

mit den drei bekannten Widerständen  $R_2 - R_4$  berechnet werden. Als Alternative kann ein Potentiometer mit Mittelabgriff als Spannungsteiler  $R_3 / R_4$  dienen, womit nur noch ein bekannter Widerstand  $R_2$  sowie das Potentiometerverhältnis als Äquivalent zu  $R_3 / R_4$  zur Bestimmung von  $R_M$  erforderlich sind [2].

Das im Bereich der Dehnungsmessung vorzugsweise angewandte Verfahren ist das **Ausschlagsverfahren**. Mit diesem Verfahren ist es möglich, kleinste Widerstandsänderungen zu detektieren.

Neben den metallischen oder piezoresistiven Widerständen als sensorisches Element in der Wheatstone Messbrücke werden auch Widerstandsthermometer eingesetzt. Neben diesen rein ohmschen Widerständen können auch bei Speisung mit Wechselspannung kapazitive oder induktive Sensorelemente durch die Brückenschaltung ausgewertet werden.

Ebenfalls kommen magneto-resistive AMR-Sensoren zum Einsatz. Diese Sensorelemente verändern ihren Widerstand mit der Orientierung und Feldstärke im Magnetfeld. Alternativ können ebenfalls empfindlichere magneto-resistive GMR-Sensoren verwendet werden.

Der Einsatz der Wheatstone Messbrücke zur Kraftmessung über Dehnungsmesstreifen wird im anschließenden Kapitel ausführlich dargestellt.

### 2.3.1 Die Wheatstone Messbrücke zur Bestimmung von Dehnungen

Um ein für die Messwertverarbeitung geeignetes Signal zu erhalten, werden die DMS in eine Wheatstonesche Brücke geschaltet. Im Allgemeinen werden vier etwa gleiche Widerstände  $R_1 - R_4$  in symmetrischer Anordnung verwendet. Von diesen vier Widerständen können entweder einer (Viertelbrückenschaltung), zwei (Halbbrückenschaltung) oder vier (Vollbrückenschaltung) DMS sein [2].

Die Grundgleichung der Wheatstone Messbrücke für DMS

$$u_d = \frac{u_v}{4} \cdot \frac{\Delta R}{R} \quad (2.4)$$

---

<sup>1</sup> Sir Charles Wheatstone (1802-1875)

wird mit für  $\Delta R/R$  wird  $k \cdot \varepsilon$  eingesetzt. Die Ausgangsgleichung für das Ausschlagverfahren lautet dann:

$$u_d = \frac{u_v}{4} \cdot k \cdot \varepsilon \quad (2.5)$$

Diese Beziehung gilt jedoch nur unter der Voraussetzung, dass in der Brückendiagonale kein Strom fließt. d.h. dass das Messinstrument sehr hochohmig ist.

Bei einer Vollbrückenschaltung – 4 DMS mit gleichem  $k$ -Faktor - gilt demnach:

$$u_d = +\frac{u_v}{4} \cdot k \quad (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) \quad (2.6)$$

Das Vorzeichen der Spannung  $u_d$  wurde willkürlich positiv gewählt. Dies lässt sich durch entsprechende Polung der Speisespannung  $u_v$  erreichen. Für die folgenden Betrachtungen kommt es nur auf die alternierenden Vorzeichen der Dehnungen  $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_4$  entsprechend der DMS in der Brückenschaltung an.

#### Alternativen:

Neben der Verschaltung von vier aktiven DMS ( $u_{d4}$ ) zu einer Vollbrücke besteht auch die Möglichkeit nur einen ( $u_{d1}$ ) oder zwei DMS ( $u_{d2}$ ) zu verschalten und die übrigen Widerstände als Festwiderstände auszuführen.

Die unterschiedlichen Schaltungen haben jeweils eine Empfindlichkeitsveränderung zur Folge:

$$u_{d1} : u_{d2} : u_{d4} = 1 : 2 : 4 \quad (2.7)$$

Dabei ist zu beachten, dass eine maximale Empfindlichkeit nur erreicht werden kann, falls in der Vollbrückenschaltung jeweils zwei Widerstände auf Längsdehnung und zwei Widerstände auf Längsstauchung beansprucht werden.

Um auch kleinste Dehnungen an Verformungskörpern detektieren zu können ist demnach eine Ausführung als Vollbrücke mit vier dehnungsabhängigen Widerständen sinnvoll.

### Vollbrückenschaltung mit vier aktiven DMS mit zusätzlicher Kompensation

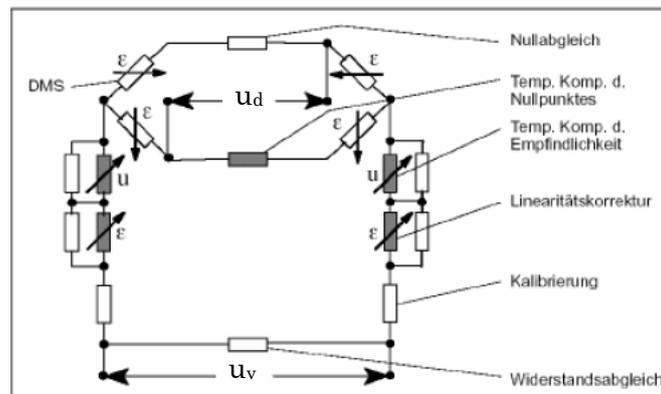


Bild 2.5 Vollbrückenschaltung mit vier DMS und Kompensationselementen [2]

Neben den vier Dehnungsmesstreifen werden in Wägezellen zusätzlich noch Kompensationselemente direkt in die Messbrücke eingefügt. Unterschieden wird in drei Kategorien zur Kompensation

1. Linearität über dehnungsabhängige Widerstände
2. Temperaturkompensation über temperaturabhängige Widerstände
3. Widerstandsabgleich über Festwiderstände

Bei Wägezellenbauformen mit stark nichtlinearer Kennlinie werden zusätzliche Dehnungsabhängige Widerstände eingesetzt, welche die Widerstands-/Belastungskennlinie linearisieren. Bei den meisten modernen Wägezellen kann auf eine nachträgliche Linearisierung verzichtet werden [1].

Zur Kompensation thermischer Effekte werden PTC oder NTC Widerstände in die Messbrücke eingefügt. Zum einen wird hierbei die Nullpunktdrift (also die Änderung des Ausgangssignals der unbelasteten Wägezelle mit der Temperatur) abgeglichen, die sogenannte Temperaturkompensation des Nullpunktes, zum anderen wird die temperaturveränderliche Materialsteifigkeit des Federkörpers durch Temperatureinflüsse durch einen zusätzlichen Widerstand kompensiert (Temperaturkompensation der Empfindlichkeit).

Festwiderstände werden genutzt, um die Ausgangsspannung der Wägezelle im unbelasteten Zustand auf 0 V zusetzen bzw. den Innenwiderstand auf den gewünschten Nennwert festzulegen.

## 2.4 Messkette von DMS-Wägezellen

Um Messgrößen bestimmen zu können, ist in der Regel eine Umformung der Eingangsgröße in ein Auswertbares Signal notwendig. Die erste Umformung ergibt sich aus Gl. (2.1), die Masse wird über die Erdbeschleunigung in eine Kraft umgewandelt. Dabei ist zusätzlich der Auftrieb des umgebenden Mediums zu beachten.

Über den Federkörper erfolgt die Umwandlung über Stoffgesetze in eine mechanische Spannung ( $\sigma$ ), welche sich durch das hook'sche Gesetz in eine Dehnung ( $\varepsilon$ ) überführen lässt. Die DMS formen die mechanische Dehnung in eine Veränderung des elektrischen Widerstands ( $\Delta R$ ) um, welche sich durch die Wheatstone Messbrücke elektrisch auswerten lässt.

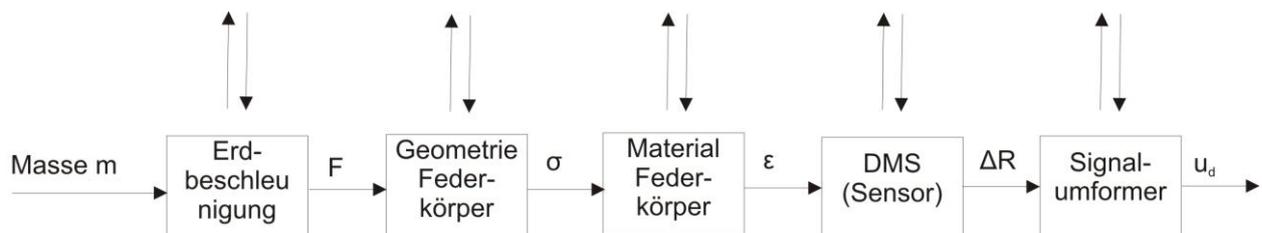


Bild 2.5: Messkette der DMS-Wägezelle

Jedes einzelne Umformglied hat ein eigenes Übertragungsverhalten, weiterhin ergeben sich Wechselwirkungen mit der Umwelt, welche sich als Störsignal interpretieren lassen [7]. Im Falle der Wheatstone Messbrücke ist die Störgröße die Speisespannung, welche durch die Ausgangsspannung  $u_d$  beeinflusst [7].

## Literatur

- 1 Heymann, J.; Lingener, A.: Messverfahren der experimentellen Mechanik. Springer Verlag, Berlin, 1986 (tec 574)
- 2 Hoffmann, K.: Eine Einführung in die Technik des Messens mit Dehnungsmessstreifen. Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH, Darmstadt, 1987
- 3 Meißner, B.: Kapitel Wägesensorik, Auszug aus „Handbuch Dosieren“ von G. Vetter, Vulkan Verlag, Essen, 1994  
Über <http://books.google.de/books> online verfügbar.
- 4 N.N.: OIML R60: Metrological regulation for load cells, Edition 2000 (E), International Organization of Legal Metrology, 2000  
Über <http://www.oiml.org/publications/> online verfügbar.
- 5 N.N.: OIML R111-1: Weights of classes E<sub>1</sub>, E<sub>2</sub>, F<sub>1</sub>, F<sub>2</sub>, M<sub>1</sub>, M<sub>1-2</sub>, M<sub>2</sub>, M<sub>2-3</sub> and M<sub>3</sub>, Edition 2004 (E), International Organization of Legal Metrology, 2004  
Über <http://www.oiml.org/publications/> online verfügbar.
- 6 N.N.: VDE/VDI Richtlinie 2635, Blatt 1: Dehnungsmessstreifen mit metallischem Messgitter, Kenngrößen und Prüfbedingungen, Beuth Verlag, 2007
- 7 Reithmeier, E.: Grundlagen der Messtechnik. Skript zur Vorlesung, Institut für Mess- und Regelungstechnik (IMR), Fakultät für Maschinenbau der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, SoSem 2010
- 8 Schwartz, R.: Vorlesungsskript „Messen mechanischer Größen“. Institut für Mess- und Regelungstechnik (IMR), Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, 2007

## 3 Versuch

### 3.1 Versuchsbeschreibung

Der Versuch zur Wheatstone Messbrücke umfasst einen Eingangsversuch mit einer Wheatstone Messbrücke, welche verschiedene (Einzel-) Widerstandsänderungen ermöglicht. Im zweiten Teil wird eine Wägezelle mit aufgeklebten DMS an die Wheatstone Messbrücke angeschlossen und die (Fest-) Widerstände nach und nach durch die DMS der Wägezelle ersetzt.

Zur Untersuchung der Linearität der Wägezellen stehen gedrehte Eichgewichte der Genauigkeitsklasse M1 nach OIML R111-1 Edition 2004 zur Verfügung [5].

Die zulässigen Masseabweichungen der Eichgewichte sind in Bild 3.1 dargestellt.

Ziel des Versuch ist es, die Funktionsweise der Wheatstone Messbrücke anhand des Einsatzes mit einer DMS-basierten Wägezelle verständlich zu machen und die Bedeutung als Signalumformer in der Messtechnik zu verdeutlichen.

Table 1 Maximum permissible errors for weights ( $\pm \delta m$  in mg)

Nominal value*	Class E <sub>1</sub>	Class E <sub>2</sub>	Class F <sub>1</sub>	Class F <sub>2</sub>	Class M <sub>1</sub>	Class M <sub>1-2</sub>	Class M <sub>2</sub>	Class M <sub>2-3</sub>	Class M <sub>3</sub>
5 000 kg			25 000	80 000	250 000	500 000	800 000	1 600 000	2 500 000
2 000 kg			10 000	30 000	100 000	200 000	300 000	600 000	1 000 000
1 000 kg		1 600	5 000	16 000	50 000	100 000	160 000	300 000	500 000
500 kg		800	2 500	8 000	25 000	50 000	80 000	160 000	250 000
200 kg		300	1 000	3 000	10 000	20 000	30 000	60 000	100 000
100 kg		160	500	1 600	5 000	10 000	16 000	30 000	50 000
50 kg	25	80	250	800	2 500	5 000	8 000	16 000	25 000
20 kg	10	30	100	300	1 000		3 000		10 000
10 kg	5.0	16	50	160	500		1 600		5 000
5 kg	2.5	8.0	25	80	250		800		2 500
2 kg	1.0	3.0	10	30	100		300		1 000
1 kg	0.5	1.6	5.0	16	50		160		500
500 g	0.25	0.8	2.5	8.0	25		80		250
200 g	0.10	0.3	1.0	3.0	10		30		100
100 g	0.05	0.16	0.5	1.6	5.0		16		50
50 g	0.03	0.10	0.3	1.0	3.0		10		30
20 g	0.025	0.08	0.25	0.8	2.5		8.0		25
10 g	0.020	0.06	0.20	0.6	2.0		6.0		20
5 g	0.016	0.05	0.16	0.5	1.6		5.0		16
2 g	0.012	0.04	0.12	0.4	1.2		4.0		12
1 g	0.010	0.03	0.10	0.3	1.0		3.0		10
500 mg	0.008	0.025	0.08	0.25	0.8		2.5		
200 mg	0.006	0.020	0.06	0.20	0.6		2.0		
100 mg	0.005	0.016	0.05	0.16	0.5		1.6		
50 mg	0.004	0.012	0.04	0.12	0.4				
20 mg	0.003	0.010	0.03	0.10	0.3				
10 mg	0.003	0.008	0.025	0.08	0.25				
5 mg	0.003	0.006	0.020	0.06	0.20				
2 mg	0.003	0.006	0.020	0.06	0.20				
1 mg	0.003	0.006	0.020	0.06	0.20				

Bild 3.1: Abweichung bei Eichgewichten nach OIML R111-1 Edition 2004 [5]

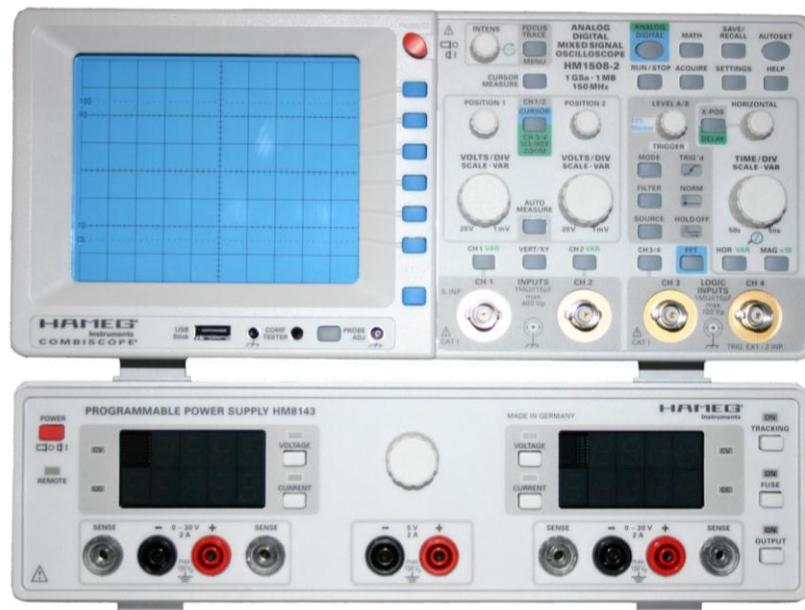


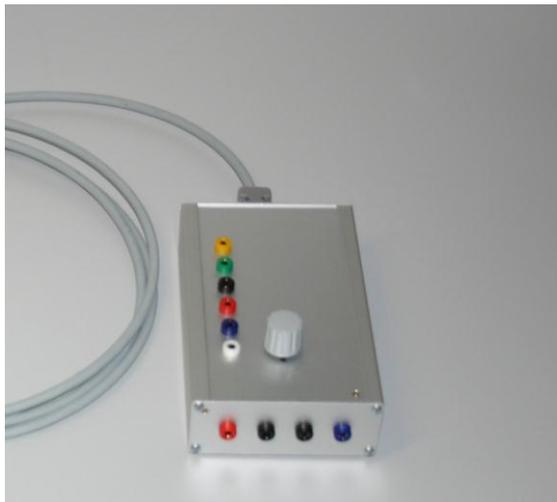
Bild 3.2 Digital-Oszilloskop und Netzteil des Laborversuches

Als elektronische Messmittel steht ein HM-1508-2 Analog/Digital Mehrkanal-Oszilloskop zur Messung der Eingangs- und Ausgangsspannung zur Verfügung. Die Spannungsversorgung ist über ein programmierbares Hameg HM8143 Netzteil zur Verfügung.

Für die Wheatstone Messbrücke steht eine Anschlussbox zur Verfügung, welche die Schnittstelle zwischen der Messbrücke und dem Oszilloskop bzw. anderen Messgeräten herstellt. Die Anschlussbelegung sieht folgendermaßen aus:

<b>Oberseite:</b>	
Drehknopf	Einstellung der Verstärkung (1...1000)
Buchse weiß	Verstärkerausgangsspannung V+
Buchse blau	Verstärkerausgangsspannung V-
Buchse rot	Brückenspeisespannung V+
Buchse schwarz	Brückenspeisespannung V-
Buchse grün	Brückenausgangsspannung V+
Buchse gelb	Brückenausgangsspannung V-
<b>Vorderseite:</b>	
Buchse rot	Versorgungsspannung +16V
Buchse schwarz	GND = 0 V

Buchse schwarz	GND = 0 V
Buchse blau	Versorgungsspannung -16V
<b>Rückseite:</b>	
BNC-Buchse	Verstärkerausgang
Sub-D 9-polig	Wägezellen- / Messbrückenanschluss



*Bild 3.3 Anschlussbox*

### 3.1.1 Wheatstone Messbrücke:

Der Versuch umfasst folgende Punkte:

1. Verwenden Sie das Multimeter um folgende Widerstandswerte des Simulators bei spannungsloser Messbrücke zu ermitteln:
  - A) Einzelne Widerstände in unterschiedlichen Schalterstellungen
  - B) Brückenimpedanz
  - C) Ausgangsimpedanz zwischen den Messleitungen

Zur Verbesserung der Auswertung wird jetzt eine Verstärkerschaltung benutzt.

Speisespannung  $\pm 16\text{ V}$  an Anschlussbuchsen rt (VDC+) / bl (VDC-) an der Vorderseite der Anschlussbox anlegen. Die Messungen erfolgen an den Anschlussbuchsen ws / sw auf der Oberseite der Anschlussbox (Multimeter) sowie über die BNC-Buchse (Oszilloskop).

2. Messen Sie die Speisespannung der Messbrücke (Anschlussbuchsen rt / sw)
3. Ermitteln Sie die Ausgangsspannung (Anschlussbuchsen ws / bl auf der Oberseite der Anschlussbox, Verstärkungsstufe 1). Verwenden Sie folgende Konfigurationen:

Hinweis: Überlegen Sie sich, welche Konfigurationen sinnvoll sind, wie die Verdrahtung sein muss und wie die Schalterstellungen der Widerstände sein müssen.

- A) Alle Widerstände unverändert
- B) Viertelbrücke (8x)
- C) Halbbrücke (4x)
- D) Vollbrücke (2x)

## **Auswertung (Wheatstone Messbrücke):**

1. Berechnen Sie einen aus den gemessenen Widerständen die Brückenverstimmung für sämtliche Konfigurationen. Beachten Sie dabei die Verstärkerschaltung. Interpretieren und vergleichen sie die Ergebnisse mit den Messungen.

### 3.1.2 Offene Wägezelle:

Schließen Sie eine 10 VDC Spannungsversorgung (Hameg Netzgerät) an die Wägezelle an (Anschlussbuchsen, s. o.), maximal mögliche Spannungsbereich der Wägezelle liegt bei 10 VDC.

Zur Verbesserung der Auswertung wird eine Verstärkerschaltung benutzt. Die Messungen erfolgen an den Anschlussbuchsen ws / sw auf der Oberseite der Anschlussbox (Multimeter) sowie über die BNC-Buchse (Oszilloskop).

Der Versuch umfasst folgende Punkte:

1. Messen Sie die Speisespannung der Messbrücke (Anschlussbuchsen rt / sw)
2. Stellen Sie die Verstärkerstufe auf 10-fache Verstärkung ein
3. Ermitteln Sie die Linearitätskennlinie für 0...5 kg (Anschlussbuchsen ws / bl auf der Oberseite der Anschlussbox, Verstärkungsstufe 1). Verwenden Sie folgende Abstufungen:
  - A) 0 g...10 g in 1 g Schritten
  - B) 10 g...50 g in 10 g Schritten
  - C) 50 g...500 g in 50 g Schritten
  - D) 500 g...5 kg in 100 g Schritten

Um die verschiedenen Konfigurationen der Wheatstone Messbrücke zu vergleichen, soll zunächst nur ein aktiver DMS der Wägezelle in die Brückenschaltung integriert werden (Viertelbrücke). Anschließend wiederholen Sie die Messung mit einer aktiven Halbbrücke und als letztes mit der kompletten Vollbrücke der Wägezelle.

## **Auswertung (Offene Wägezelle):**

1. Welche Einflüsse hat die Variation der Speisespannung auf die Wägezelle und damit auf das Messergebnis. Welche Auswirkung hat die Nutzung von Wechselspannung. (Theoretische Betrachtung)
2. Ermitteln Sie die tatsächliche Empfindlichkeit der Wägezelle aus den Messkurven (Viertel-, Halb- und Vollbrücke) und interpretieren Sie die Ergebnisse.
3. Zeichnen Sie jeweils die Linearitätskennlinien für die drei Messungen und interpretieren Sie die Ergebnisse.

## Vorlesungesempfehlung:

### **Blockvorlesung "Messen mechanischer Größen"**

**Dr. Thorsten Schrader**

Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB), Braunschweig



#### **Vertiefungsvorlesung**

**(Wahlkurs MT X ab 5. Semester)**

für die Module:

Mikromechatronik sowie  
Maschinen, Systeme und Automatisierung  
in der Produktionstechnik

#### **Aus dem Inhalt:**

*Einführung in das Messen mechanischer Größen (Bedeutung, Voraussetzungen für richtiges Messen), Rückführung auf die SI-Einheiten Masse und Länge, Darstellung und Weitergabe mechanischer Einheiten (Messgerädebauarten, Kalibrierverfahren, Messunsicherheiten), Kraftmesstechnik, Wägezellenprinzipien, Waagen in automatisierten industriellen Prozessen, weitere mechanische Größen der Mechatronik (z.B. Druck, Dichte, Drehmoment), Sonderthemen nach Absprache (z.B. Massekomparatoren, Gravitationseinfluss, Neudefinition der Masseneinheit, Metrologische Infrastruktur für rückführbare international anerkannte Messungen)*

**Jeweils im Wintersemester am Institut für Mess- und Regelungstechnik**

#### **Ansprechpartner:**

Dr. Thorsten Schrader, PTB (Email: thorsten.schrader@ptb.de)

Leon Wiese, M.Sc., IMR (Email: leon.wiese@imr.uni-hannover.de)

#### **Weitere Informationen im Internet unter:**

[www.imr.uni-hannover.de/de/studium/lehrveranstaltung/messen-mechanischer-groessen](http://www.imr.uni-hannover.de/de/studium/lehrveranstaltung/messen-mechanischer-groessen)  
oder im StudIP



# Elektrische Filter

## Inhaltsverzeichnis

1	Theorie .....	2
1.1	Einleitung .....	2
1.2	Passive RC- Netzwerke .....	2
1.3	Der Tiefpass.....	2
1.3.1	Beschreibung im Frequenzbereich .....	3
1.3.2	Beschreibung im Zeitbereich .....	4
1.3.3	Tiefpass als Integrierglied.....	6
1.3.4	Tiefpass als Mittelwertbildner (vgl. Tietze, U./Schenk, Ch, Kapitel 2.1.2).....	6
1.3.5	Anstiegszeit und Grenzfrequenz .....	7
1.4	Der Hochpass.....	8
1.4.1	Beschreibung im Zeit- und Frequenzbereich .....	8
1.4.2	Anwendung als Differenzierglied (vgl. Tietze, U./Schenk, Ch, Kapitel 2.2) ....	10
1.4.3	Reihenschaltung mehrerer Hochpässe.....	11
1.5	Passiver RC-Bandpass (vgl. Tietze, U./Schenk, Ch, Kapitel 2.4).....	11
1.6	Anwendungen .....	13
1.7	Literatur .....	14
2	<b>Versuch</b> .....	<b>14</b>
2.1	Versuchsbeschreibung.....	14
2.2	Versuchsdurchführung.....	15
2.3	Versuchsauswertung .....	16

# 1 Theorie

## 1.1 Einleitung

Filter sind Systeme mit einem definiert frequenzabhängigen Übertragungsverhalten. Sie dienen der Signalbearbeitung und sollen Störsignale vermindern. Der Einsatz von Filtern beschränkt sich nicht auf die Messtechnik, auch in der Audiotechnik, der Bildverarbeitung und der Nachrichtentechnik werden häufig Filter eingesetzt. An der LUH werden Filter z.B. in den Vorlesungen „Digitale Messtechnik(IMR)“, „Digitale Signalverarbeitung(TNT)“ und „Industrielle Bildverarbeitung(IMR)“ weiter vertieft.

Elektrische Filter werden durch Schaltungen mit Induktivitäten, Kapazitäten, Widerständen realisiert. Zwei häufig verwendete Filter sind der Hochpass (HP) und der Tiefpass (TP). Der HP lässt hochfrequente, der TP tieffrequente Signalanteile passieren. Aus einer Reihenschaltung von einem HP und TP wird ein Bandpass (BP) gebildet. Dieses vereinigt beide Frequenzeigenschaften.

Eine detaillierte Beschreibung von HP, TP und BP hinsichtlich des Frequenz- und Zeitverhaltens werden im Folgenden erläutert.

## 1.2 Passive RC- Netzwerke

RC-Netzwerke sind in der Schaltungstechnik von grundlegender Bedeutung. Da ihre Wirkungsweise in allen Schaltungen dieselbe ist, soll ihre Funktion im folgenden eingehend beschrieben werden.

## 1.3 Der Tiefpass

Ein Tiefpass ist eine Schaltung, die tiefe Frequenzen nahezu unverändert überträgt und bei hohen Frequenzen eine Abschwächung der Amplitude und Phasennacheilung bewirkt. Bild. 1.1 zeigt die einfachste Schaltung eines RC- Tiefpasses. Systemtheoretisch ist dieser Tiefpass ein  $PT_1$ -System (vgl. Skript MT1, Kapitel 4.3.1).

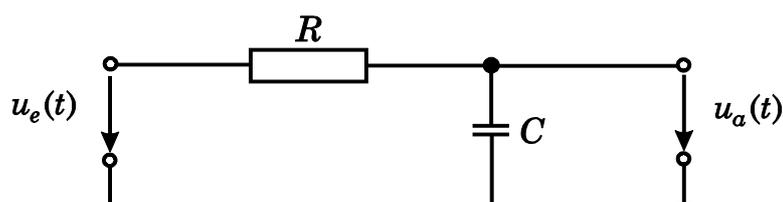


Bild 1.1 Einfacher Tiefpass

### 1.3.1 Beschreibung im Frequenzbereich

Zur Berechnung des Frequenzganges der Schaltung verwenden wir die Spannungsteilerformel in komplexer Schreibweise:

$$G(j\omega) = \frac{U_a(j\omega)}{U_e(j\omega)} = \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C} = \frac{1}{1 + j\omega RC}. \quad (1.1)$$

Durch Zerlegung gemäß (vgl. Skript MT1, Kapitel 4.1.1)

$$G(j\omega) = |G| e^{j\varphi}$$

erhalten wir den Frequenzgang des Betrages und des Phasenwinkels:

$$|G| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}, \quad \varphi = -\arctan(\omega RC). \quad (1.2)$$

Die beiden Kurven sind in Bild 1.2 dargestellt. Zur Berechnung der 3 dB-Grenzfrequenz ( $20 \cdot \log(|G(j\omega)|)$ ) setzen wir in Gl. (1.2) (vgl. Skript MT1, Kapitel 4.3.1)

$$|G| = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega_g^2 R^2 C^2}}$$

und erhalten

$$f_g = \frac{1}{2\pi} \omega_g = \frac{1}{2\pi RC}. \quad (1.3)$$

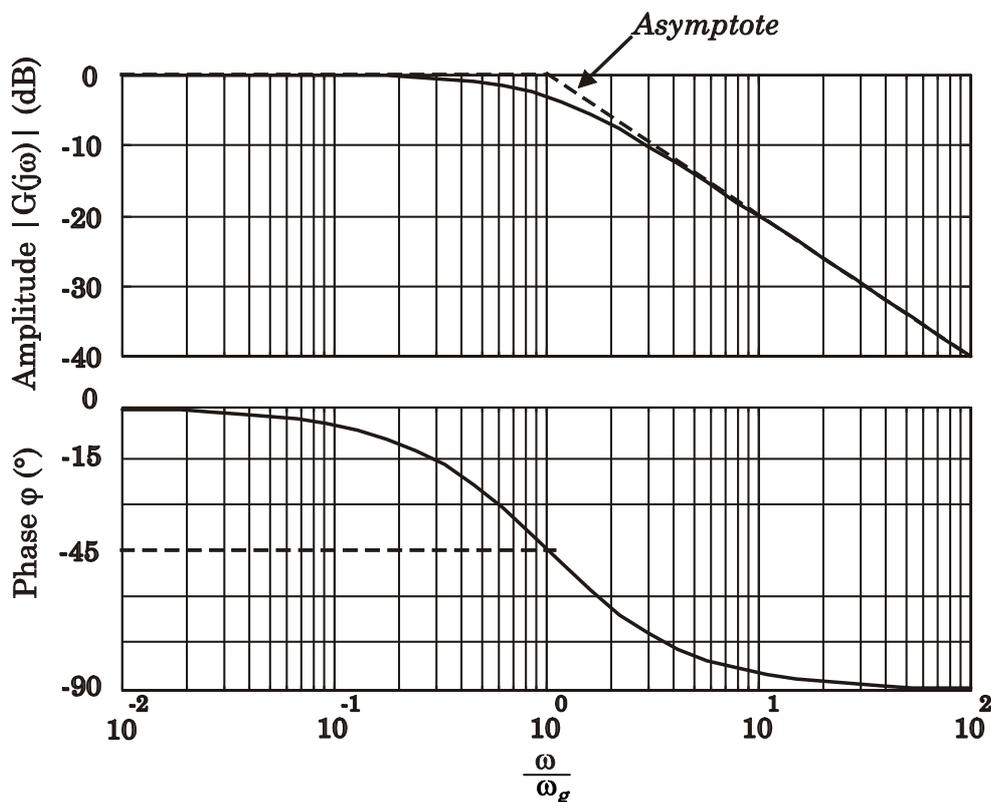


Bild 1.2 Bode-Diagramm eines Tiefpasses

Die Phasenverschiebung beträgt bei dieser Frequenz  $\omega_g$  nach Gl. (1.2)  $\varphi = -45^\circ$ . Wie man in Bild 1.2 erkennt, lässt sich der Amplitudenfrequenzgang  $|G| = U_a / U_e$  mit Hilfe der beiden Asymptoten auf einfache Weise konstruieren:

- Bei tiefen Frequenzen  $f < f_g$  ist  $|G| = 1 \hat{=} 0\text{dB}$ .
- Bei hohen Frequenzen  $f > f_g$  gilt nach Gl. (1.2)  $|G| \approx 1/\omega RC$ , d.h. die Verstärkung ist umgekehrt proportional zur Frequenz. Bei einer Verzehnfachung der Frequenz verringert sich die Verstärkung demnach um den Faktor 10, d.h. sie nimmt mit 20 dB/Dekade bzw. 6 dB/Oktave ab.
- Bei  $f = f_g$  ist  $|G| = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx -3\text{dB}$ .

### 1.3.2 Beschreibung im Zeitbereich

Zur Untersuchung der Schaltung im Zeitbereich geben wir einen Spannungssprung gemäß Bild 1.3 auf den Eingang. Zur Berechnung der Ausgangsspannung wenden wir die Knotenregel auf den (unbelasteten) Ausgang an und erhalten nach Bild 1.1 (vgl. Tietze, U./Schenk, Ch, Kapitel 2.1.2)

$$\frac{u_e(t) - u_a(t)}{R} - i_c(t) = 0.$$

Mit  $i_c(t) = C \cdot \dot{u}_a(t)$  folgt daraus die Differentialgleichung (oder Laplacerücktransformation von Gl. (1.1)) (vgl. Skript MT1, Kapitel 2.1.7):

$$RC\dot{u}_a(t) + u_a(t) = u_e(t) = \hat{u} \cdot \sigma(t) \quad \text{mit} \quad u_a(0) = 0 \quad (1.4)$$

Sie besitzt folgende Lösung:

$$u_a(t) = \hat{u} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \cdot \sigma(t) \quad (1.5)$$

Dieser Verlauf ist in Bild 1.3 ebenfalls aufgezeichnet. Man erkennt, dass der stationäre Wert  $u_a = \hat{u}$  nur asymptotisch erreicht werden. Als Maß für die Einstellzeit definiert man deshalb eine *Zeitkonstante*  $\tau$ . Sie gibt an, wie lange es dauert, bis die Abweichung vom stationären Wert nur noch den e-ten Teil der Sprunghöhe beträgt. Aus Gl. (1.5) ergibt sich die Zeitkonstante zu

$$\boxed{\tau = RC} \quad (1.6)$$

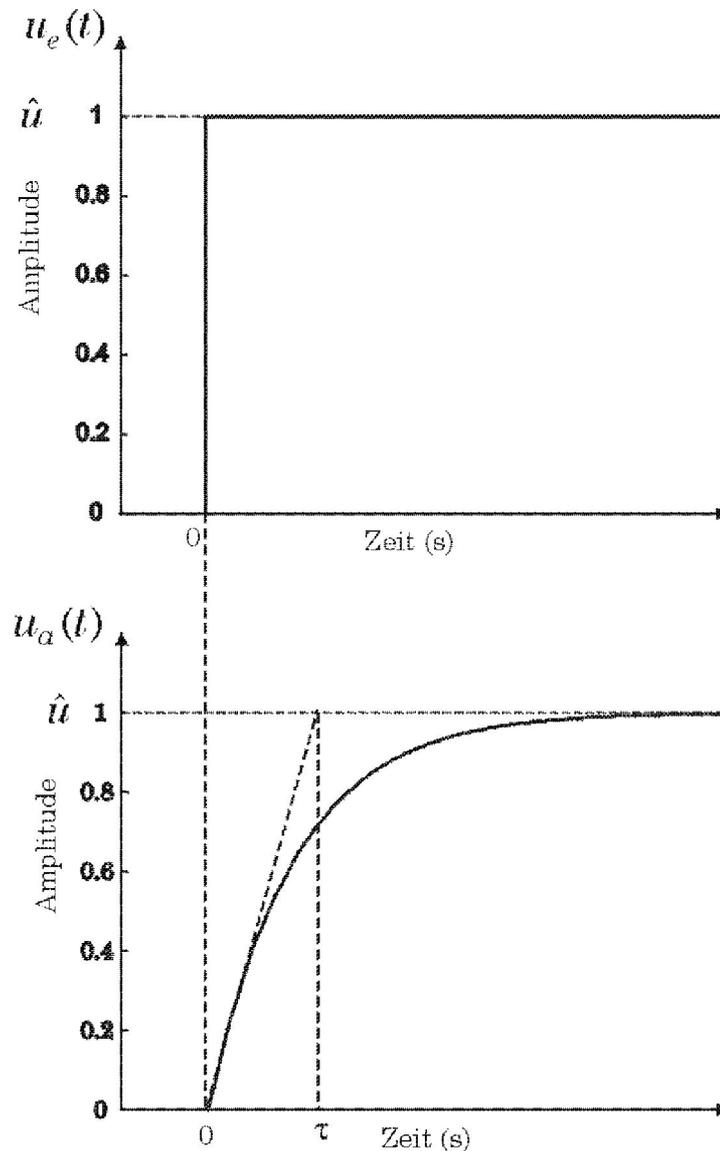


Bild 1.3 Sprungantwort eines Tiefpasses

Die Einstellzeit für kleinere Abweichungen lässt sich ebenfalls aus Gl.(1.5) entnehmen. Bild. 1.4 zeigt eine Übersicht über einige wichtige Werte. Wenn man als Eingangssignal eine Rechteckspannung mit der Periodendauer  $T$  anlegt, wird die e-Funktion nach der Zeit  $T/2$  durch den nächsten Sprung abgebrochen. Welcher Endwert dabei erreicht wird, hängt davon ab, wie groß die Zeit  $\frac{T}{2}$  gegenüber der Zeitkonstante  $\tau$  ist (vgl. Tietze, U./Schenk, Ch, Kapitel 2.1.2).

Einstellgenauigkeit	37%	10%	1%	0,1%
Einstellzeit	$\tau$	$2,3 \cdot \tau$	$4,6 \cdot \tau$	$6,9 \cdot \tau$

Bild 1.4 Einstellzeit eines Tiefpasses

Diese Eigenschaft lässt sich anhand der Oszillogramme in Bild 1.5 gut erkennen.

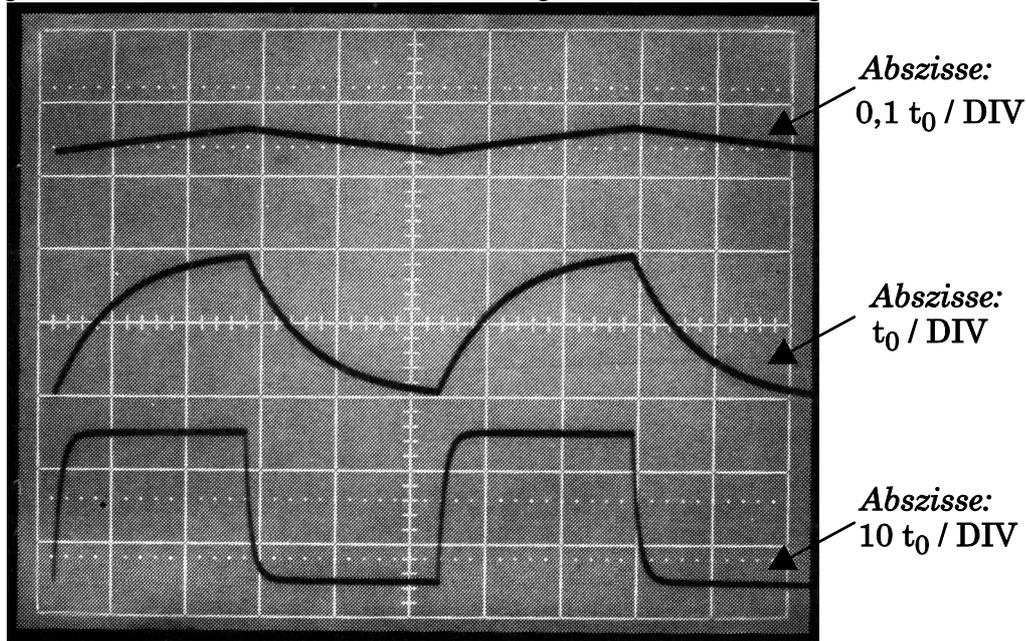


Bild 1.5 Rechteckverhalten eines Tiefpasses für verschiedene Frequenzen

Obere Kurve:  $f_e = 10f_g$ ; Mittlere Kurve:  $f_e = f_g$ ; Untere Kurve:  $f_e = \frac{1}{10}f_g$

### 1.3.3 Tiefpass als Integrierglied

Im vorhergehenden Abschnitt haben wir gesehen, dass die Ausgangs-Wechselspannung klein gegenüber der Eingangsspannung wird, wenn man die Signalfrequenz  $f \gg f_g$  wählt. In diesem Fall arbeitet der Tiefpass als Integrierglied. Diese Eigenschaft lässt sich unmittelbar aus der Differentialgleichung (1.4) ablesen: Mit der Voraussetzung  $|u_a| \ll |u_e|$  folgt daraus (vgl. Tietze, U./Schenk, Ch, Kapitel 2.1.2):

$$RC\dot{u}_a(t) = u_e(t)$$

$$u_a(t) = \frac{1}{RC} \int_0^t u_e(\tilde{t}) d\tilde{t} + u_a(0).$$

### 1.3.4 Tiefpass als Mittelwertbildner (vgl. Tietze, U./Schenk, Ch, Kapitel 2.1.2)

Für unsymmetrische Wechselspannungen ist die oben gemachte Voraussetzung  $f \gg f_g$  in keinem Fall erfüllt. Die Fourierentwicklung beginnt nämlich mit einer Konstante, die gleich dem *arithmetischen Mittelwert*

$$\bar{u}_e(t) = \frac{1}{T} \int_0^t u_e(t) dt$$

ist. Darin ist  $T$  die Periodendauer der Eingangsspannung. Fasst man alle höheren Glieder der Fourierreihe zusammen, erhält man eine Spannung  $u'_e(t)$ , deren Verlauf mit dem der Eingangsspannung übereinstimmt, die aber so verschoben ist, dass sie den arithmetischen

Mittelwert Null besitzt. Die Eingangsspannung lässt sich also in der Form

$$u_e(t) = \bar{u}_e(t) + u'_e(t)$$

darstellen. Für die Spannung  $u'_e(t)$  kann die Voraussetzung  $f \gg f_g$  erfüllt werden; sie wird integriert, während der Gleichspannungsanteil linear übertragen wird. Die Ausgangsspannung wird also

$$u_a(t) = \underbrace{\frac{1}{RC} \int_0^t u'_e(\tilde{t}) d\tilde{t}}_{\text{Restwelligkeit}} + \underbrace{\bar{u}_e(t)}_{\text{Mittelwert}} \quad (1.7)$$

Macht man die Zeitkonstante  $\tau = RC$  hinreichend groß, verschwindet die Restwelligkeit gegenüber dem Mittelwert, und es wird

$$u_a(t) \approx \bar{u}_e(t). \quad (1.8)$$

### 1.3.5 Anstiegszeit und Grenzfrequenz

Eine weitere Kenngröße zur Charakterisierung von Tiefpässen ist die Anstiegszeit  $t_a$ . Sie gibt an, in welcher Zeit die Ausgangsspannung von 10% auf 90% des Endwertes ansteigt, wenn man einen Rechtecksprung an den Eingang legt (vgl. Skript MT1, Kapitel 4.3.1). Aus der e-Funktion in Gl. (1.5) erhalten wir:

$$t_a = t_{90\%} - t_{10\%} = \tau (\ln 0,9 - \ln 0,1) = \tau \ln 9 \approx 2,2\tau.$$

Mit  $f_g = \frac{1}{2\pi \cdot \tau}$  folgt daraus:

$$\boxed{t_a \approx \frac{1}{3f_g}} \quad (1.9)$$

Diese Beziehung gilt näherungsweise auch für Tiefpässe höherer Ordnung. Bei der Reihenschaltung mehrerer Tiefpässe mit verschiedenen Anstiegszeiten  $t_{a_i}$  ergibt sich die resultierende Anstiegszeit zu

$$t_a \approx \sqrt{\sum_i t_{a_i}^2}. \quad (1.10)$$

Entsprechend gilt für die Grenzfrequenz

$$f_g \approx \left( \sum_i f_{g_i}^{-2} \right)^{-\frac{1}{2}}.$$

Für den Fall von  $n$  Tiefpässen mit gleicher Grenzfrequenz folgt daraus

$$\boxed{f_g \approx \frac{f_{g_i}}{\sqrt{n}}} \quad (1.11)$$

## 1.4 Der Hochpass

### 1.4.1 Beschreibung im Zeit- und Frequenzbereich

Ein Hochpass ist eine Schaltung, die hohe Frequenzen nahezu unverändert überträgt und bei tiefen Frequenzen eine Abschwächung der Amplitude und Phasenvoreilung bewirkt. Die einfachste Schaltung eines RC-Hochpasses zeigt Bild 1.6. Systemtheoretisch ist dieser Filter ein  $DT_1$ -System (vgl. Skript MT1, Kapitel 4.4)

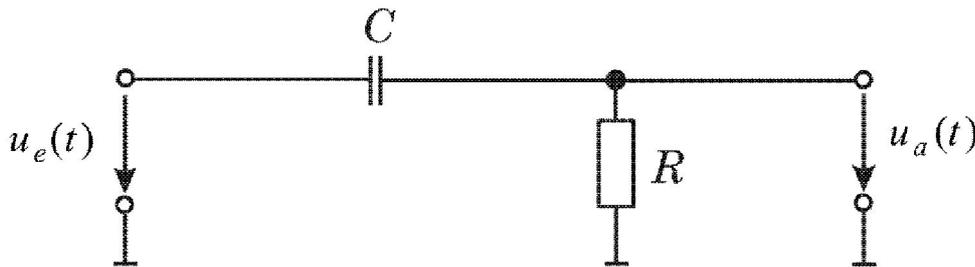


Bild 1.6 Einfacher Hochpass

Den Frequenzgang der Verstärkung und der Phasenverschiebung erhalten wir wieder aus der Spannungsteilerformel (vgl. Tietze, U./Schenk, Ch, Kapitel 2.2):

$$G(j\omega) = \frac{U_a(j\omega)}{U_e(j\omega)} = \frac{R}{R + 1/j\omega C} = \frac{1}{1 + 1/j\omega RC} \quad (1.12)$$

Daraus ergibt sich

$$|G| = \frac{1}{\sqrt{1 + 1/\omega^2 R^2 C^2}} \quad \text{und} \quad \varphi = \arctan\left(\frac{1}{\omega RC}\right). \quad (1.13)$$

Die beiden Kurven sind in Bild 1.7 dargestellt. Für die Grenzfrequenz erhalten wir wie beim Tiefpass

$$f_g = \frac{1}{2\pi RC} \quad (1.14)$$

Die Phasenverschiebung beträgt bei dieser Frequenz  $\omega_g \varphi = +45^\circ$ .

Wie beim Tiefpass lässt sich der Amplitudenfrequenzgang in der doppelt logarithmischen Darstellung einfach mit Hilfe der Asymptoten konstruieren:

- Bei hohen Frequenzen  $f \gg f_g$  ist  $|G| = 1 \hat{=} 0 \text{ dB}$ .
- Bei tiefen Frequenzen  $f \ll f_g$  gilt nach Gl.(1.13)  $|G| \approx \omega RC$ , d.h. die Verstärkung ist proportional zur Frequenz. Die Asymptotensteigung beträgt also +20 dB/Dekade bzw. +6 dB/Oktave.

- Bei  $f = f_g$  ist wie beim Tiefpass  $|G| = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{=} -3\text{dB}$ .

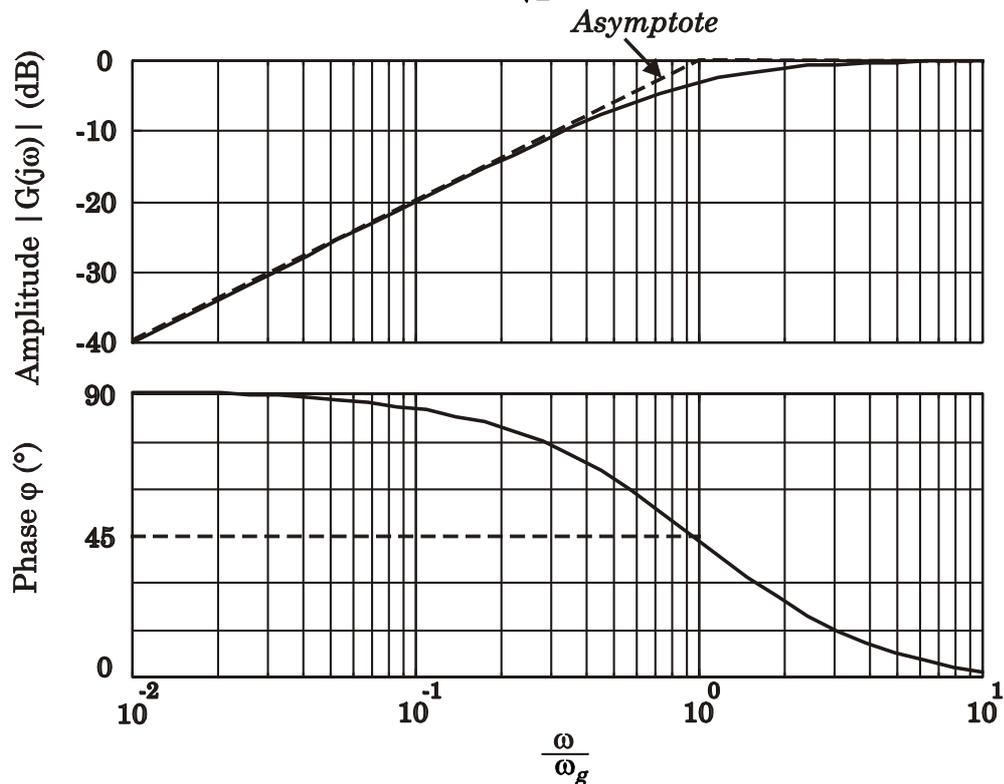


Bild 1.7 Bode-Diagramm eines Hochpasses

Zur Berechnung der Sprungantwort wenden wir die Knotenregel auf den (unbelasteten) Ausgang an:

$$C \cdot \frac{d}{dt}(u_e(t) - u_a(t)) - \frac{u_a(t)}{R} = 0 \quad (1.15)$$

Mit  $\dot{u}_e = 0$  ergibt sich daraus die Differentialgleichung

$$RC\dot{u}_a(t) + u_a(t) = 0 \quad (1.16)$$

mit der Lösung

$$u_a(t) = \hat{u} \cdot e^{\frac{-t}{RC}} \cdot \sigma(t) \quad (1.17)$$

Die Zeitkonstante besitzt also wie beim Tiefpass den Wert  $\tau = RC$ . Zur Bestimmung des Anfangswertes  $\hat{u} = u_a(t=0)$  benötigen wir eine zusätzliche Überlegung: In dem Augenblick, in dem die Eingangsspannung einen Sprung macht, bleibt die Ladung des Kondensators noch unverändert. Er wirkt also wie eine Spannungsquelle mit der Spannung  $U = Q/C$ . Die Ausgangsspannung macht demnach denselben Sprung  $\Delta u$  wie die Eingangsspannung. Springt  $u_e$  von Null nach  $\hat{u}$  springt die Ausgangsspannung von Null ebenfalls nach  $\hat{u}$  (s. Bild 1.8) und klingt anschließend exponentiell nach Gl. (1.17) wieder auf Null ab.

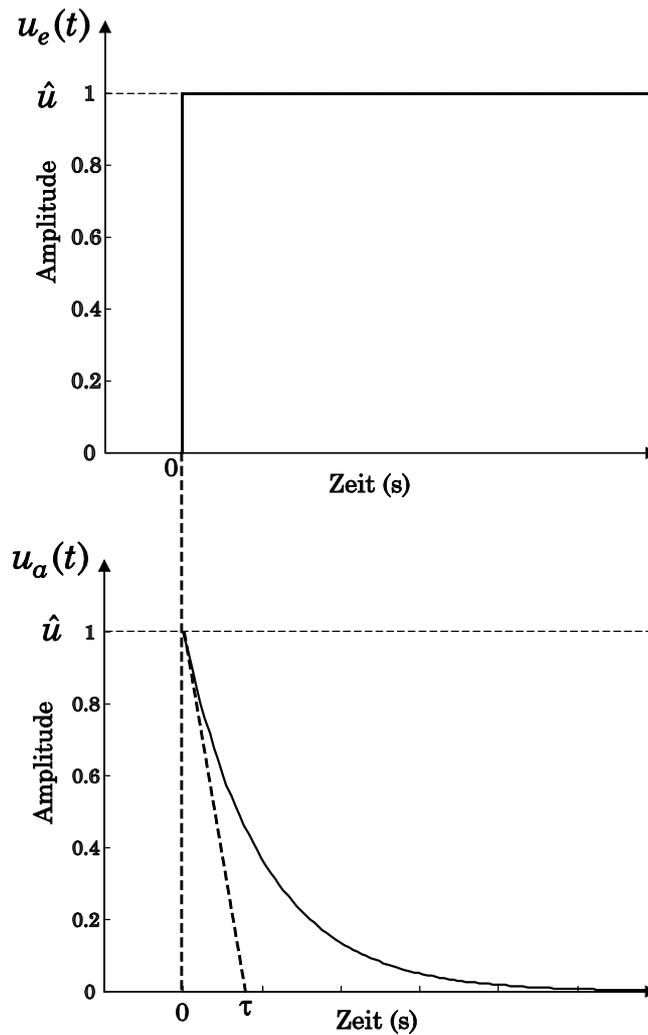


Bild 1.8 Sprungantwort

### 1.4.2 Anwendung als Differenzierglied (vgl. Tietze, U./Schenk, Ch, Kapitel 2.2)

Wenn man Eingangsspannungen mit Frequenzen  $f \ll f_g$  anlegt, wird  $|\underline{u}_a| \ll |\underline{u}_e|$ . Dann folgt aus der Differentialgleichung (1.15) :

$$u_a(t) = RC \cdot \frac{du_e(t)}{dt}.$$

Niederfrequente Eingangsspannungen werden also differenziert. Einen Überblick über das Übertragungsverhalten eines Hochpasses kann man anhand der Oszillogramme in Bild 1.9 gewinnen.

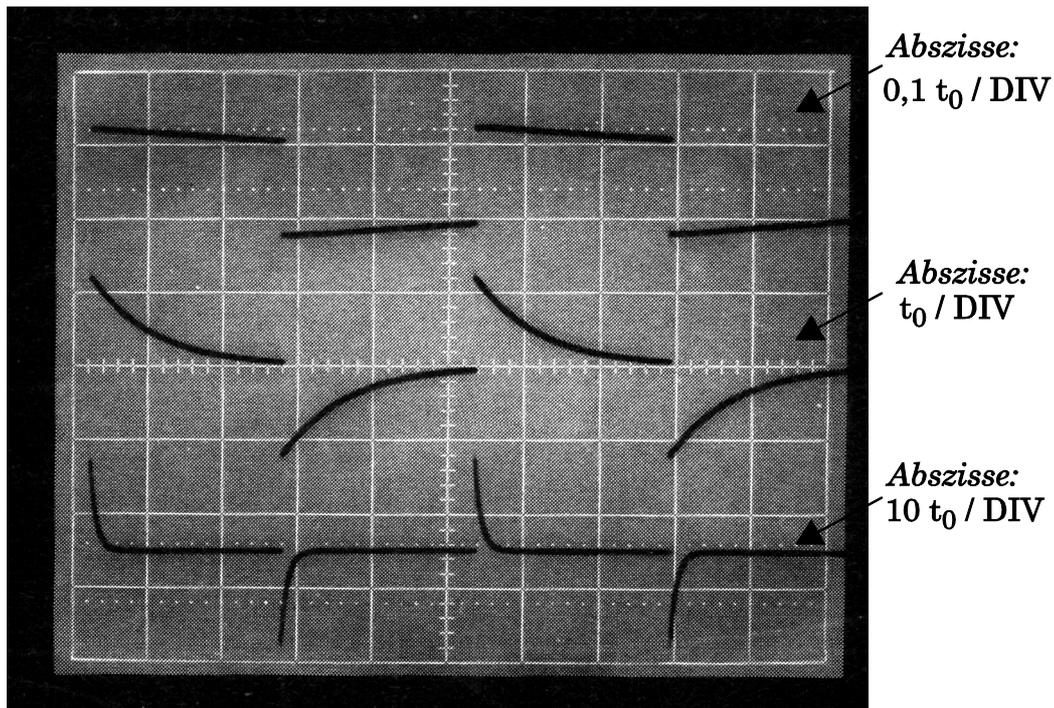


Bild 1.9 Rechteckverhalten eines Hochpasses für verschiedene Frequenzen

Obere Kurve:  $f_e = 10 f_g$ ; Mittlere Kurve:  $f_e = f_g$ ; Untere Kurve:  $f_e = \frac{1}{10} f_g$

### 1.4.3 Reihenschaltung mehrerer Hochpässe

Bei der Reihenschaltung mehrerer Hochpässe erhält man die resultierende Grenzfrequenz zu

$$f_g \approx \sqrt{\sum_i f_{g_i}^2} \quad (1.18)$$

Für den Fall von  $n$  Hochpässen mit gleicher Grenzfrequenz folgt daraus

$$f_g \approx f_{g_i} \cdot \sqrt{n} \quad (1.19)$$

## 1.5 Passiver RC-Bandpass (vgl. Tietze, U./Schenk, Ch, Kapitel 2.4)

Durch Reihenschaltung eines Hoch- und eines Tiefpasses erhält man einen Bandpass (vgl. Skript MT1, Kapitel 4.4). Seine Ausgangsspannung wird für hohe und tiefe Frequenzen Null. Eine weit verbreitete Kombinationsmöglichkeit ist in

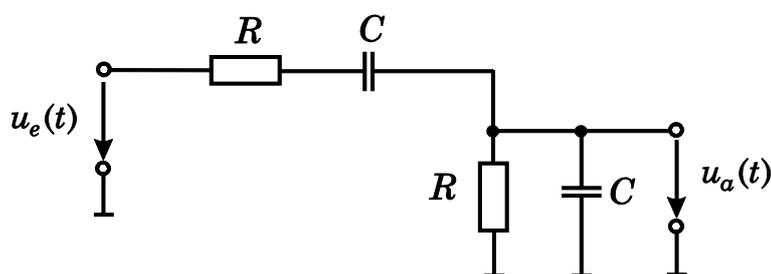


Bild 1.10 Passiver RC-Bandpass

Bild 1.10 dargestellt. Wie groß die Ausgangsspannung bei mittleren Frequenzen wird, und welche Phasenverschiebungen auftreten, wollen wir nun berechnen. Die Formel für den unbelasteten Spannungsteiler liefert in komplexer Schreibweise:

$$U_a(j\omega) = \frac{\frac{1}{\frac{1}{R} + j\omega C}}{\frac{1}{\frac{1}{R} + j\omega C} + R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot U_e(j\omega)$$

$$U_a(j\omega) = \frac{j\omega RC}{(j\omega RC + 1)^2 + j\omega RC} U_e(j\omega)$$

Mit der Abkürzung  $\Omega = \omega RC$  folgt daraus

$$G(j\Omega) = \frac{U_a}{U_e} = \frac{j\Omega}{1 + 3j\Omega - \Omega^2} \quad (1.20)$$

Daraus ergibt sich für den Betrag und die Phasenverschiebung

$$|G| = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{\Omega} - \Omega\right)^2 + 9}}, \quad \varphi = \arctan\left(\frac{1 - \Omega^2}{3\Omega}\right) \quad (1.21)$$

Die Ausgangsspannung wird maximal für  $\Omega = 1$ . Die Resonanzfrequenz lautet demnach

$$f_r = \frac{1}{2\pi RC}$$

Die zunächst nur als Abkürzung eingeführte Größe  $\Omega$  stellt also die normierte Frequenz

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_r} = \frac{f}{f_r}$$

dar. Die Phasenverschiebung bei der Resonanzfrequenz ist Null, die Verstärkung

$A_r = \frac{1}{3} \hat{=} -9,54 \text{ db}$ . Der Frequenzgang von  $|G|$  und  $\varphi$  ist in Bild 1.11 dargestellt.

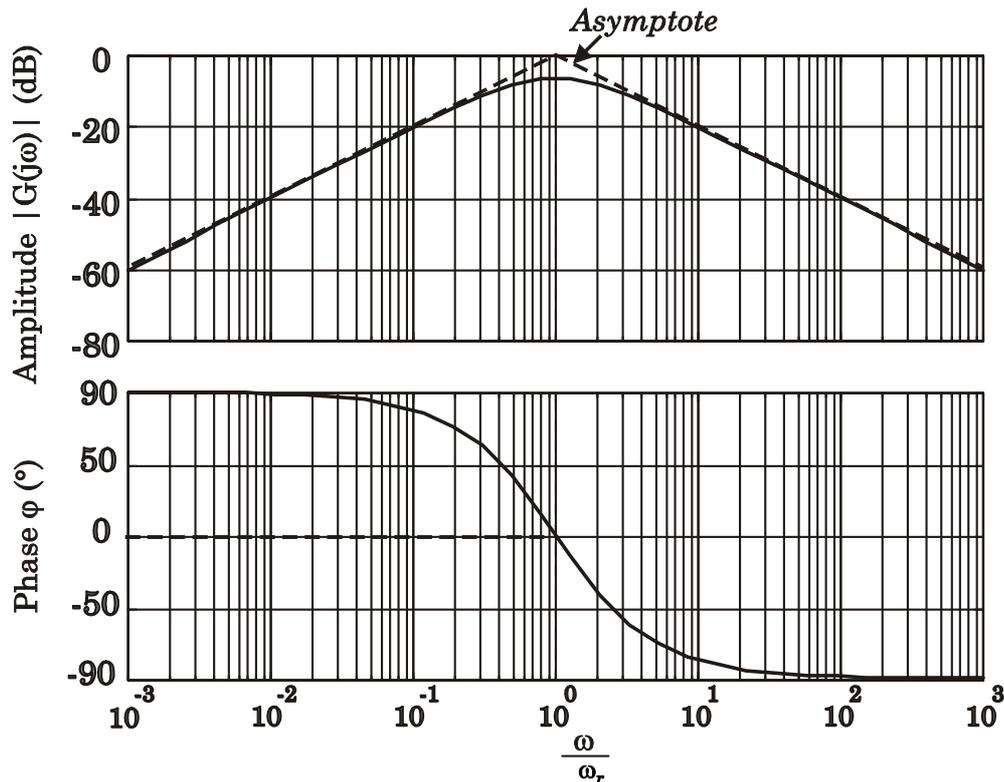


Bild 1.11 Bode-Diagramm des passiven RC-Bandpasses

## 1.6 Anwendungen

Die oben betrachteten Filtertypen besitzen vielfältige Anwendungsbereiche. Ein sehr verbreitetes Einsatzgebiet, in dem oft alle drei Filterarten gleichzeitig verwendet werden, ist die Frequenzweiche. Diese wird bei Lautsprechersystemen verwendet und koppelt die verschiedenen Frequenzbereiche des Lautsprechersignals aus, um damit die einzelnen speziellen Lautsprecher (Hochtöner etc.) anzusteuern.

In Bild 1.12 ist der prinzipielle Aufbau einer 3 Wege-Frequenzweiche zu sehen. Der Begriff 3 Wege weist darauf hin, dass drei verschiedene Frequenzbereiche ausgekoppelt werden. Es ist zu beachten, dass die angeschlossenen Lautsprecher selbst einen Widerstand besitzen, welcher im Bereich weniger  $\Omega$  liegt (zwischen 2 bis 8  $\Omega$  normalerweise).

Der Entwurf einer guten Frequenzweiche ist sehr schwierig, da neben der Flankensteilheit der Filter auch die Phasenverschiebungen eine sehr grosse Rolle spielen.

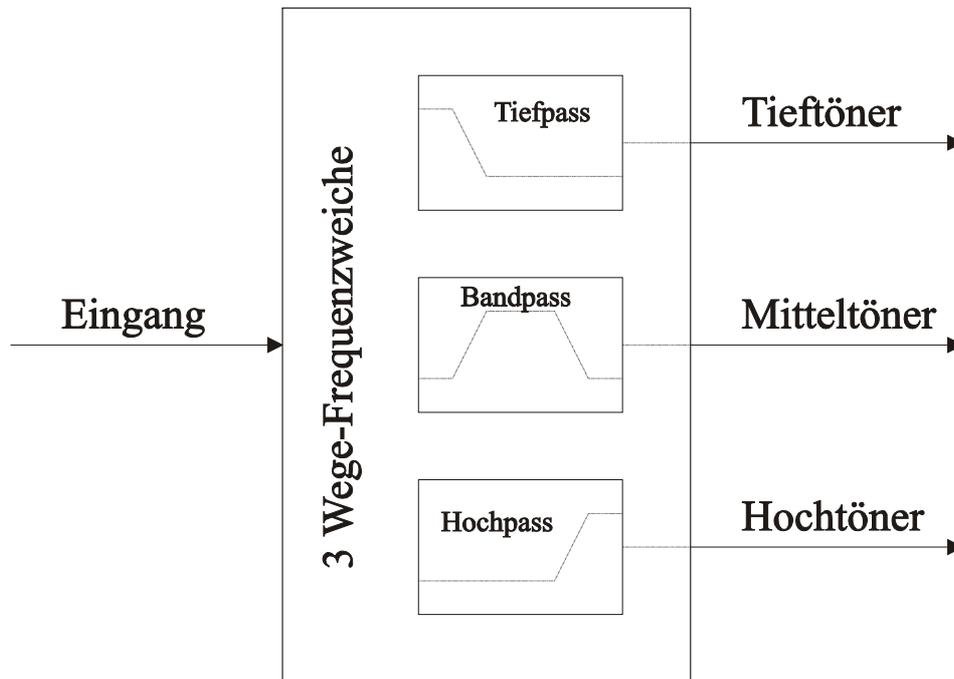


Bild 1.12 Blochschaubild einer 3 Wege-Frequenzweiche

Eine weitere Anwendung ist z.B. die Frequenzselektion im Radio oder Fernseher, um mittels eines Bandpasses den gewünschten Frequenzbereich (ein Fernsehprogramm oder einen Radiosender) aus dem gesamten Spektrum zu selektieren.

## 1.7 Literatur

Tietze, U./Schenk, Ch.: Halbleiter-Schaltungstechnik  
Springerverlag, Berlin 1999 (elt 660)

## 2 Versuch

### 2.1 Versuchsbeschreibung

In diesem Versuch sollen die Eigenschaften von Hoch-, Tief- und Bandpassfiltern (HP/TP/BP) untersucht werden. Neben der Charakterisierung des Einschwingverhaltens mittels Sprungantworten soll der Filter im Frequenzbereich analysiert werden. Hierzu werden die Filter über einen Funktionsgenerator mit verschiedenen Signalen veränderlicher Frequenz angesteuert und das Ein- und das Ausgangssignal auf einem Zweikanaloszilloskop dargestellt (siehe Bild 2.1).

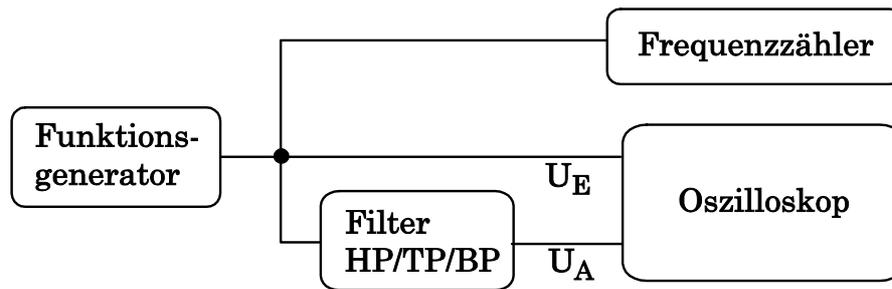


Bild 2.1 Blochschaubild des Versuchsaufbaus

## 2.2 Versuchsdurchführung

Zunächst soll die Wirkungsweise der elektrischen Filter mittels Audiosignal veranschaulicht werden. Hierzu muss zunächst ein Tiefpass und ein Hochpass aus den zur Verfügung gestellten Widerständen und Kondensatoren auf der Schaltung platziert werden. (Die Werte der verwendeten Widerstände und Kondensatoren müssen für die Auswertung notiert werden.)

- 1.) Das Audiosignal soll auf die Eingänge der beiden Filter geschaltet werden.
- 2.) Das mit dem Tiefpass gefilterte Signal soll mit dem Originalsignal verglichen werden.
- 3.) Das mit dem Hochpass gefilterte Signal soll mit dem Originalsignal verglichen werden.
- 4.) Die mit dem Hochpass und mit dem Tiefpass gefilterten Signale sollen miteinander verglichen werden

Als nächstes erfolgt die Charakterisierung des Filters mittels Sprunganwort und Systemantwort. Hierzu muss der Ausgang des Frequenzgenerators auf den Eingang des Filters gelegt werden.

- 1.) Es soll die Sprunganwort des Systems aufgezeichnet werden.
- 2.) Es sollen das *Übertragungsmaß* ( $20 \cdot \log(\frac{U_a}{U_e})$ ) und die *Phasenänderung* der Filter als frequenzabhängige Funktionen (*Bodediagramm*) ermittelt werden.

Aus den am Oszilloskop dargestellten Zeitverläufen sind die folgenden Größen zu messen und auf dem Bodediagramm festzuhalten:

- Maximalwerte der Eingangsspannung  $\hat{u}_e$  und der Ausgangsspannung  $\hat{u}_a$ .
- Phasenverschiebung zwischen den beiden Sinusschwingungen (Zeitdifferenz mit Vorzeichen).

Die eingestellten Frequenzen sollen am Frequenzzähler abgelesen werden.

Folgende Bereiche sind entsprechend dem Filtertyp zu wählen:

TP: 0,5 kHz, 1 kHz, 2 kHz – 10 kHz mit  $\Delta f = 2 \text{ kHz}$ , 15 kHz, 20 kHz

HP: 0,5 kHz, 1 kHz – 5 kHz mit  $\Delta f = 1 \text{ kHz}$ , 10 kHz, 20 kHz

## 2.3 Versuchsauswertung

- 1.) Berechnen sie aus den auf der Schaltung angegebenen Werten für  $R$  und  $C$  die theoretischen Grenzfrequenzen  $f_{g(HP)}$  und  $f_{g(TP)}$  sowie die zugehörigen Phasenverschiebungen.
- 2.) In Diagrammform soll der Amplitudengang in logarithmischer Darstellung ( $20 \cdot \log \left| \frac{\hat{u}_a}{\hat{u}_e} \right|$  in dB über der logarithmischen Frequenz) und der Phasengang ( $\varphi$  in Grad über der logarithmischen Frequenz) für den gewählten Filter (TP, HP oder BP) aufgezeichnet werden (Bodediagramm).

Hieraus sind zu ermitteln:

- die *Grenzfrequenz* in Hz aus dem Amplitudengang. Vergleichen Sie diese mit der berechneten theoretischen Grenzfrequenz.
- die *Phasenverschiebung* bei der aus dem Amplitudengang ermittelten Grenzfrequenz des Tief- oder Hochpasses  $f_g$  **oder**
- die Steigung der Asymptote im Sperrbereich des Amplitudenganges (Angabe in dB pro Dekade bzw. dB pro Oktave).