

Maßgeschneiderte Ausrichttoleranzen geben Sicherheit und sparen Zeit – Theorie und Praxis

D. Püschmann, J. Seewig, R. Volk, E. Reithmeier

Institut für Mess- und Regelungstechnik, Universität Hannover
& Hommelwerke GmbH, Villingen-Schwenningen

Kurzfassung:

Die Konturmessung ist ein klassisches Verfahren der industriellen Fertigungsmesstechnik. Um das Potential dieser Technologie voll auszuschöpfen, ist es unerlässlich die Auswirkungen aller auf die Messergebnisse einwirkenden Einflüsse zu betrachten und zu modellieren. Die Modellbildung erlaubt Toleranzen abzuleiten, angepasst an die spezifischen Gegebenheiten der Messaufgabe. Im Folgenden werden die Messabweichungen verursacht durch eine geometrische Fehlausrichtung der Achsen des Konturmessgerätes mathematisch beschrieben. Der letzte Abschnitt beschäftigt sich mit der experimentellen Absicherung der Modellierung.

1. Einleitung

Konturmessgeräte sind Koordinatenmessgeräte mit zweidimensionaler Datenaufnahme. Hier betrachtet werden taktil arbeitende Messgeräte. Ähnlich einem Rauheitsmessgerät nehmen sie einen Schnitt der Oberfläche hochgenau auf. Der Messbereich ist in einer Größenordnung dimensioniert, die es erlaubt die Kontur des Bauteils zu erfassen und hinsichtlich Formabweichungen zu prüfen. Bei einer Konturmessung verfährt der Vorschub linear, während sich der Taster auf einer Kreisbahn bewegt. Diese beiden Bewegungen werden miteinander verrechnet, um die Messwerte zu erhalten. Die vorliegende Untersuchung befasst sich mit der Fragestellung, welchen Einfluss eine fehlerhafte Ausrichtung der Achsen eines Konturmessgerätes auf die Messergebnisse hat. Solche Fehlstellungen können zum Beispiel bei der Montage des Gerätes entstehen und sich systematisch auswirken. Sie führen in einigen Fällen zu komplizierten Bahnkurven der Tastspitze auf dem Messobjekt.

2. Aufbau des Messsystems

Bild 1 zeigt ein industrielles Standard Konturmessgerät den T8000 der Hommelwerke GmbH. Das Messgerät besteht aus einer Säule, einer Vorschubeinheit und einem Tasteradapter. Die Vorschubeinheit ist an der Säule montiert und kann von dem Spindeltrieb der Säule in vertikaler Richtung verfahren werden. Unterhalb des Vorschubs wird der Tasteradapter befestigt. Der Spindeltrieb des Vorschubs verfährt den Tasteradapter während der Messung in x-Richtung. Der Taster selbst ist innerhalb des Tasteradapters drehbar gelagert. Er ragt vorne aus dem Adapter heraus und liegt mit seiner Spitze auf dem Messobjekt auf.

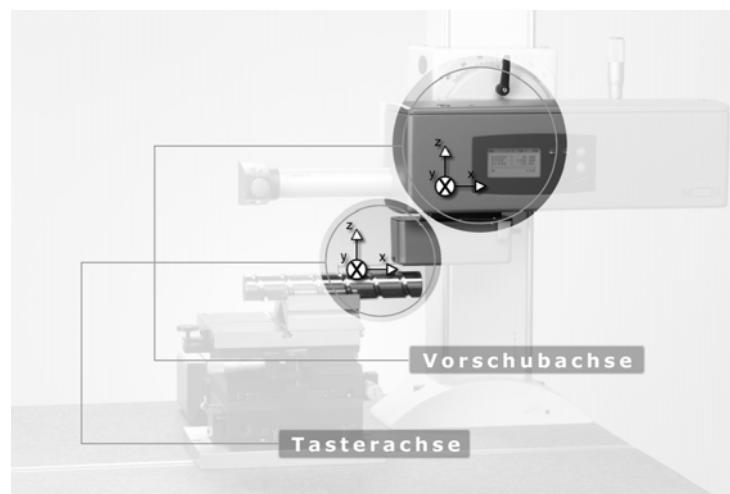


Bild 1: Konturmessgerät T8000 der Hommelwerke GmbH

3. Messabweichungen auf Grund von Fehlausrichtung der Achsen

Die Positionen der Vorschub und der Tasterachse des betrachteten Messsystems sind in Bild 1 gekennzeichnet. Es sind dort zwei Koordinatensysteme eingetragen, um deren Achsen Fehlausrichtungen betrachtet wurden.

Betrachtet wurde die Verdrehung des Vorschubs oder des Tasters um jeweils eine der drei Achsen. Die Winkel der Fehlausrichtung des Vorschubs werden im Folgenden mit β_x , β_y und β_z bezeichnet, die der Tasterachse mit α_x , α_y und α_z . Die x-Achse ist die Richtung entlang der Messung, die z-Achse die Auslenkung in vertikaler Richtung und die y-Achse steht senkrecht auf der x- und z-Achse. Alle drei Achsen zusammen bilden ein Rechtssystem. Fehlausrichtungen um eine dieser Achsen wirken sich je nach zu messendem Geometrielement unterschiedlich auf das Messergebnis aus. Betrachtet wurden in Anlehnung an das in Bild 2 vorgestellte Konturnormal die Messaufgaben: Abstand, Winkel und Radius.

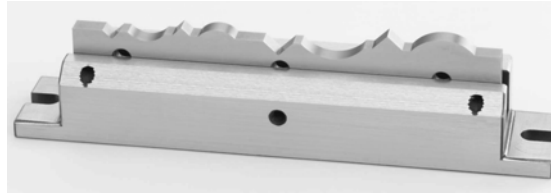


Bild 2: Konturnormal [1]

Die Tabelle 1 gibt eine Übersicht über die möglichen Kombinationen aus Messobjekt und Fehl- ausrichtung. Jedes Feld der Tabelle steht für eine mögliche Kombination aus Messaufgabe und Fehl- ausrichtung. Um die Größenordnung der Abweichungen abzuschätzen, wurde für alle Felder eine Betrachtung bzw. Berechnung durchgeführt.

	Vorschubachse			Tasterachse		
	β_x	β_y	β_z	α_x	α_y	α_z
Abstand	keine Abweichung	keine Abw.	?	keine Abweichung	keine Abw.	keine Abweichung
Winkel	?	keine Abw.	?	?	keine Abw.	?
Radius	?	keine Abw.	?	?	keine Abw.	?

Tabelle 1: Übersicht über mögliche Kombinationen aus Messaufgabe und Fehl- ausrichtung

Einige Kombinationen führen nicht zu Abweichungen. Dies ist bei Abstandsmessungen ausgenommen dem Abbe-Fehler und bei Auslenkungen um die y-Achse der Fall. Für die fehlerbehafteten Fälle konnten mit einer Ausnahme analytische Ausdrücke gefunden werden, wobei es gelungen ist, mithilfe von Näherungen und Abschätzungen praxistaugliche Berechnungsvorschriften anzugeben. Im folgenden Abschnitt wird auf die Lösungswege eingegangen.

4. Exemplarische Berechnung und Darstellung einiger Abweichungen

In Abschnitt 3 wurde eine Übersicht über die möglichen Kombinationen von Messobjekt und Fehlausrichtung vorgestellt. Auf die Lösungswege der Berechnungen wird exemplarisch für drei der Fälle eingegangen: Abstandsmessung bei Drehung der Vorschubachse um β_z , Radienmessung bei Drehung der Vorschubachse um β_x und Winkelmessung bei Drehung der Tasterachse um α_z .

4.1 Abstandsmessung bei Drehung der Vorschubachse um β_z

Ist die Vorschubachse um die z-Achse verdreht, kommt es bei einer Abstandsmessung zu dem so genannten Abbefehler. Die Abstandsmessung wird entlang der x-Achse in gleichbleibender z-Höhe ausgeführt. Bild 3 zeigt wie sich der zu messende Abstand l_0 auf Grund der Drehung der Vorschubachse um Δl verlängert.

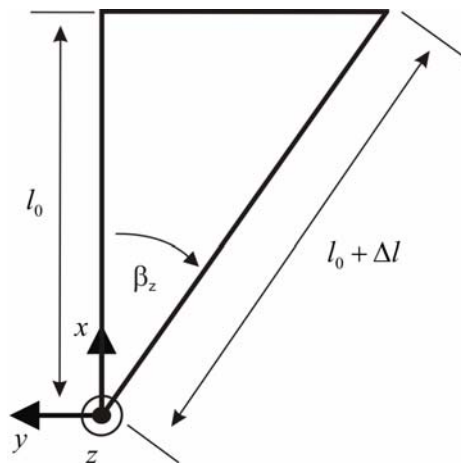


Bild 3: Abweichung für Abstandsmessung bei Drehung der Vorschubachse um β_x

Der folgende Ansatz

$$\frac{l_0}{l_0 + \Delta l} = \cos \beta_z \quad (4.1)$$

liefert einen Ausdruck für die relative Abweichung:

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{1}{\cos \beta_z} - 1 \quad (4.2)$$

4.2 Radienmessung bei Drehung der Vorschubachse um β_x

Bei einer Radienmessung erfasst der Taster ein Teilstück eines zylinderförmigen Geometrieelements. Befindet sich der Vorschub dabei in einer Fehlstellung gedreht um die x-Achse, kommt es zu der in Bild 4 dargestellten Abweichung.

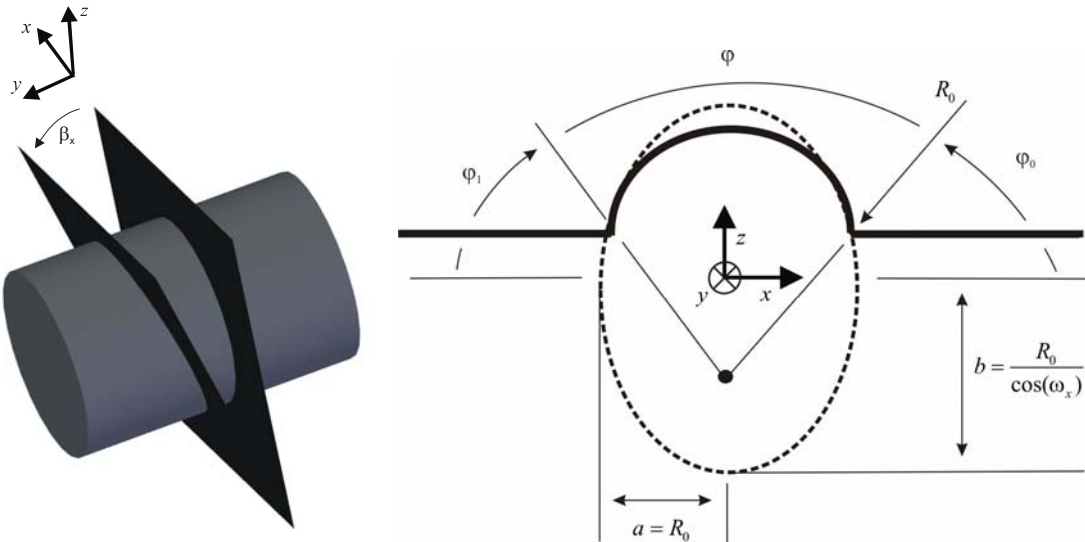


Bild 4: Abweichung für Radienmessung bei Drehung der Vorschubachse um β_x

Die Auswirkung der in Bild 4 dargestellten Abweichung auf den zu messenden Radius berechnet sich folgendermaßen: Die Ebene, in der sich der Taster bewegt, schneidet das zylinderförmige Geometrieelement $x^2 + z^2 = R_0^2$ unter dem Winkel β_x . Das Messgerät erfasst eine Ellipse für die gilt:

$$\frac{x^2}{R_0^2} + \frac{z^2}{\frac{R_0^2}{\cos^2 \beta_x}} = 1 \quad (4.3)$$

Die Software des Messgerätes passt einen Ausgleichskreis vom Radius R ein, dessen Mittelpunkt in vertikaler Richtung um z_0 verschoben ist. Da es sich um ein symmetrisches Problem handelt, ist die Verschiebung des Mittelpunkts der Ellipse gegen die Zylinderachse in lateraler Richtung null: $x_0=0$. Die Winkel φ_0 und φ_1 beschreiben den Sektor.

Der Ausgleichskreis wird mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate berechnet, wobei die häufig in der Messtechnik verwandte Näherung, die Abstände zu quadrieren, berücksichtigt wird. Für den Sektor φ von $t=\varphi_0$ bis $t=\varphi_1$ hat die Optimierungsfunktion die folgende Form:

$$\Phi(z_0, R) = \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} \left(\sqrt{x(t)^2 + (z(t) - z_0)^2} - R \right)^2 dt \rightarrow \min_{z_0, R}. \quad (4.4)$$

Der Taster folgt dem Verlauf der in Bild 4 dargestellten Ellipse $x(t) = a \cdot \cos(t)$, $z(t) = b \cdot \sin(t)$. Aus Abschätzungen und Umformungen ergibt sich ein Ausdruck für den in die Ellipse eingepassten Radius. Es handelt sich dabei um einen Messfehler 2. Ordnung. Die Taylorreihenentwicklung hat für den relativen Fehler die Form:

$$\left| \frac{R(\beta_x) - R_0}{R_0} \right| = \left| f(\varphi) \beta_x^2 + f(\varphi) \beta_x^4 + \dots \right| \quad (4.5)$$

Im Folgenden wird die relative Abweichung, die sich durch das Einpassen des Ausgleichskreises in die mit dem Messgerät erfasste Ellipse ergibt, durch eine obere Schranke abgeschätzt. Aus der maximalen Krümmung der Ellipse wurde ein einfacher Ausdruck R_{\max} abgeleitet. Dieser kann als Abschätzung des tatsächlichen auftretenden Fehlers verwendet werden.

$$R(\beta_x) < R_{\max} = \frac{R_0}{\cos(\beta_x)} \quad (4.6)$$

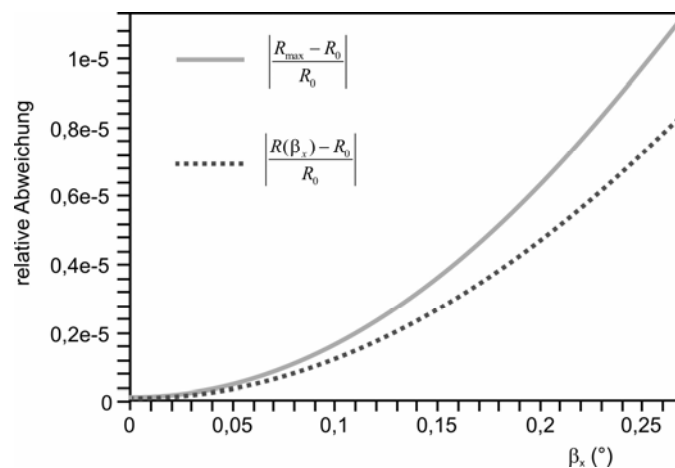


Bild 5: Abschätzung des bei einer Verdrehung um β_x auftretenden Fehlers

In Bild 5 ist der Verlauf der relativen Abweichungen dargestellt. Der untere Verlauf entspricht dem des Ausdrucks (4.5). Der obere zeigt die Abschätzung nach Gleichung (4.6).

4.3 Winkelmessung bei Drehung der Tasterachse um α_z

Ganz allgemein verfährt der Tasterarm bei einer Winkelmessung, entlang der x-Achse auf einer Rampe, wie es in Bild 6 dargestellt ist. Der Parameter Δx beschreibt die Bewegung des Vorwärtschubs während der Messung. Eine Drehung der Tasterachse um α_z lenkt den Tastarm dabei heraus aus der Ebene von Bild 4. Das Koordinatensystem ist so gewählt, dass der Tasterarm horizontal ist, wenn sich das Gelenk des Tasters im Ursprung befindet.

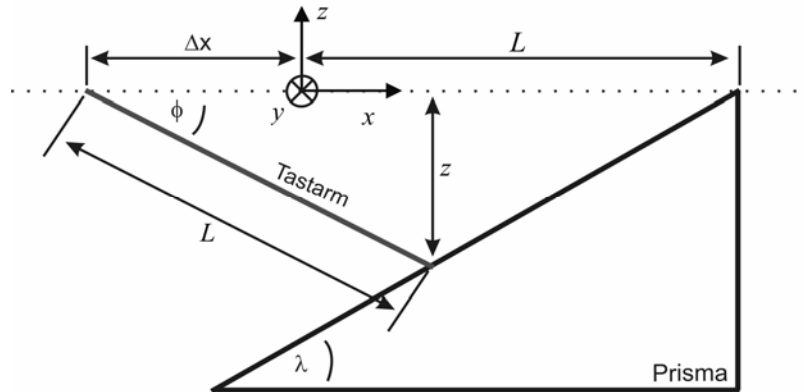


Bild 6: Winkelmessung an einem Prisma

Zunächst gilt für den Winkel $\alpha_z=0$. Aus den geometrischen Beziehungen der Größen aus Bild 6 erhält man den folgenden Ausdruck:

$$\Delta x = \frac{z - L \tan \lambda + \tan \lambda \sqrt{L^2 - z^2}}{\tan \lambda} \quad (4.7)$$

Differenzieren dieser Gleichung nach $\frac{d}{d\Delta x}$ und Auflösen nach z' ergibt:

$$z' = \frac{\sqrt{L^2 - z^2} \tan \lambda}{z \tan \lambda + \sqrt{L^2 - z^2}} \quad (4.8)$$

Der Winkel φ ist der vom Drehgeber des Konturmessgerätes erfasste. Die Beziehung

$$z = L \sin(\varphi), \quad z' = L \varphi' \cos(\varphi) \quad (4.9)$$

beschreibt den Zusammenhang zwischen (z, z') und (φ, φ') . Über z' und z wird also der Prismenwinkel bestimmt. Dreht der Tastarm um α_z , bleibt die Formel (4.8) bis auf die Definition von L gültig:

$$L_{\alpha_z} = L \cdot \cos(\alpha_z) \quad (4.10)$$

Für den Winkel des Prismas λ ergibt sich dann ein Zusammenhang der Form:

$$\lambda = f(L \cos(\alpha_z), z, z') \quad (4.11)$$

Das Messgerät berücksichtigt die Auslenkung des Tastarms bei der Auswertung nicht. Es berechnet den Winkel des Prisma gemäß Gleichung (4.8). Für den „gemessenen“ Winkel $\lambda_{\alpha z}$ gilt deshalb die Funktion:

$$\lambda_{\alpha z} = f(L, z, z') \quad (4.12)$$

Dieser gemessene Winkel soll als Funktion des tatsächlichen Winkels λ , der Auslenkung α_z und der Tasthöhe z angegeben werden, es folgt aus Auflösen nach z' von (4.11) und (4.12) und anschließendem Gleichsetzen:

$$\lambda_{\alpha z} = f(\lambda, L, \alpha_z, z) \quad (4.13)$$

Es handelt sich um einen Messfehler 2. Ordnung. Die Taylorreihenentwicklung liefert für den Fall $\lambda = \pi/4$ den folgenden Ausdruck:

$$\Delta\lambda = -\frac{L^2 z}{4\sqrt{(L^2 - z^2)^3}} \alpha_z^2 + f(L, z) \alpha_z^4 + \dots \quad (4.14)$$

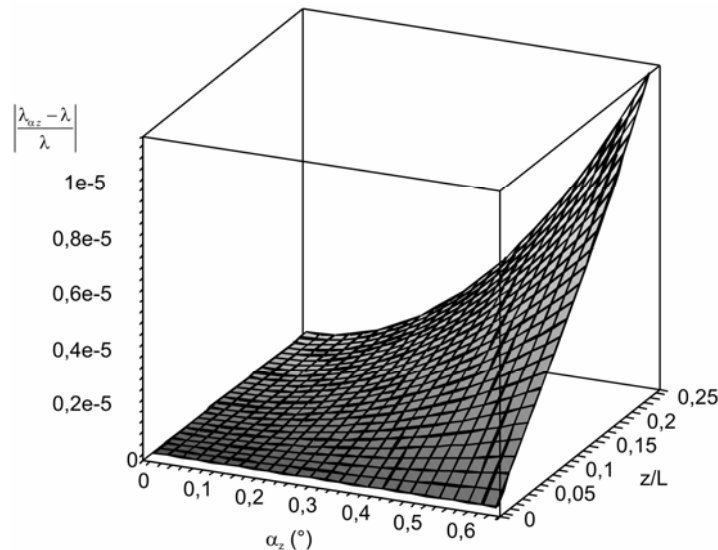


Bild 7: Darstellung der Winkelabweichung von $\lambda = \pi/4$ in Abhängigkeit der relativen Höhe der Messung z/L und dem Drehwinkel des Tasters α_z für einen Taster der Länge $L=220$

Die auftretende Abweichung ist nicht nur abhängig von dem Winkel der Drehung sondern auch von dem Verhältnis der z Koordinate zu der Länge des Tastarmes, siehe Bild 7. Bei einem großen bereits außerhalb des Messbereichs liegenden Wert von $z/L = 1/4$ gilt der in Bild 8 dargestellte Verlauf.

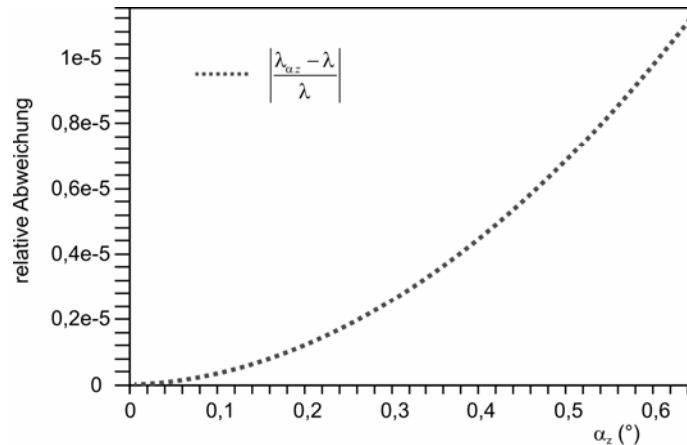


Bild 8: Relative Winkelabweichung bei einem Verhältnis von z/L von 1/4 für einen Taster der Länge L=220

5 Ergebnisse der Berechnungen

Um die Größenordnung der Abweichungen nach Tabelle 1 aus Abschnitt 3 abzuschätzen, wurde für jedes der Felder eine Betrachtung bzw. Berechnung durchgeführt. Für einige der Fälle existieren Redundanzen, so dass sich Erkenntnisse bzw. Lösungen mehrfach einsetzen lassen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 2 aufgelistet. Für die fehlerbehafteten Fälle konnten mit einer Ausnahme analytische Ausdrücke gefunden werden, wobei es gelungen ist, mithilfe von Näherungen und Abschätzungen praxistaugliche Berechnungsvorschriften anzugeben. Für den Fall der Drehung der Tasterachse um die z-Achse bei einer Radienmessung ist der analytische Ausdruck zu kompliziert. Es wurde deshalb ein Algorithmus definiert der numerische Lösungen des Ausdrucks liefert. Der hier angegebene Wert veranschaulicht die Größenordnung der Abweichung bei einer Radienmessung an einem Zylinder mit Radius $R_0=10$.

	Vorschubachse			Tasterachse		
	β_x	β_y	β_z	α_x	α_y	α_z
Abstand	keine Abweichung	keine Abw.	$\frac{1}{\cos\left(\frac{\pi\beta_z}{180^\circ}\right)} - 1$	keine Abweichung	keine Abw.	keine Abweichung
Winkel	$\frac{\pi\beta_x^2}{(180^\circ)^2}$	keine Abw.	$\frac{\pi\beta_z^2}{(180^\circ)^2}$	$\frac{\pi\alpha_x^2}{(180^\circ)^2}$	keine Abw.	$\frac{\pi^2\alpha_z^2 \left(\frac{z}{L}\right)}{4(180^\circ)^2 \sqrt{(1-(z/L)^2)^3}}$ für $\lambda=\pi/4$
Radius	$\frac{1}{\cos\left(\frac{\pi\beta_x}{180^\circ}\right)} - 1$	keine Abw.	$\frac{1}{\cos^2\left(\frac{\pi\beta_z}{180^\circ}\right)} - 1$	$\frac{1}{\cos\left(\frac{\pi\alpha_x}{180^\circ}\right)} - 1$	keine Abw.	Max. Fehlstellung: 1.1° für $R_0=10$ und rel. Abw. $\leq 1e-5$

Tabelle 2: Formeln zur Abschätzung der relativen Abweichungen

6. Experimentelle Absicherung der Berechnungen

Die vorgestellten Berechnungen wurden durch experimentelle Messungen mit dem T8000 abgesichert. Da eine Drehung der Vorschubachse um β_x zu identischen Abweichungen führt wie eine Drehung der Tasterachse um α_x , wird im Folgenden die Radienmessung bei gedrehter Tasterachse um α_x vorgestellt. Der zweite vorgestellte Fall ist der der Winkelmessung bei Drehung der Tasterachse um α_z

6.1 Versuchsaufbau

Um die Fehlstellungen der Tasterachse nachstellen zu können, wurden aus einem Rotationstisch bzw. einem Goniometer die in Bild 9 dargestellten Zwischenstücke konstruiert, die eine Verdrehung des Tasters gegenüber dem Vorschub erlauben.

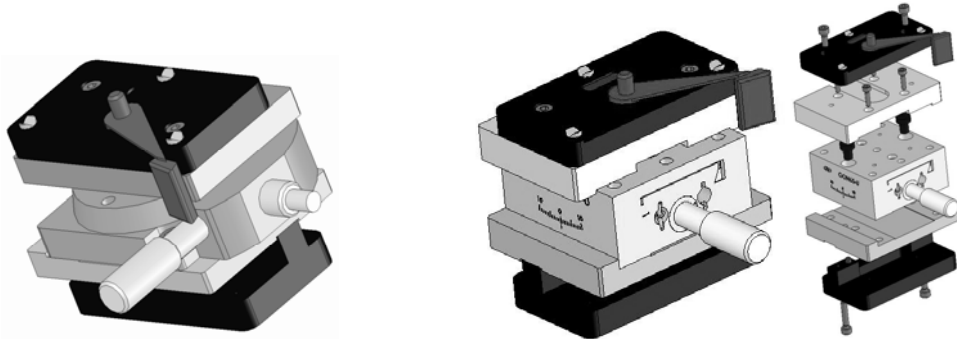


Bild 9: Konstruktionen der Zwischenstücke - links: Rotationstisch für Verdrehung um die z-Achse rechts: Goniometer für Rollen um x-Achse

Als Messobjekte für die Vergleichsmessungen der Winkelmessung wurde ein Sinuslineal verwendet. Die Radienmessung wurde an einem Zylindernormal durchgeführt.



Bild 10: Einsatz des Goniometers am Messgerät: Rollen der Tasterachse um x-Achse bei Radienmessung an Zylindernormal

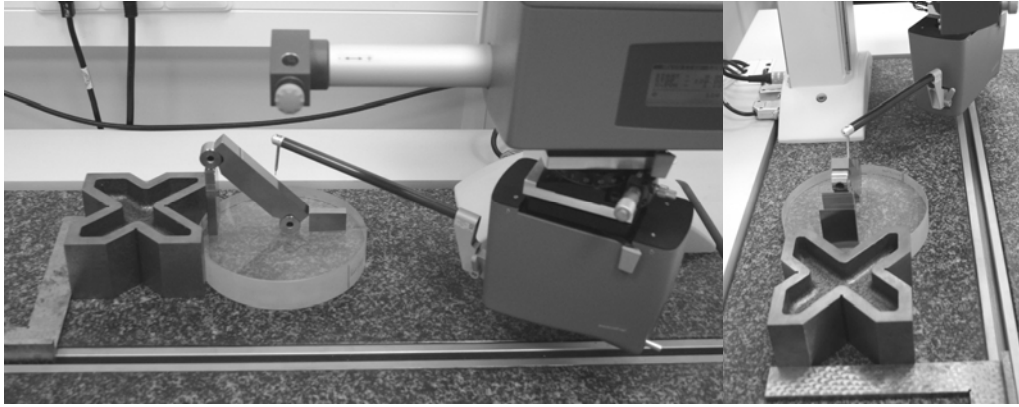


Bild 11: Einsatz des Rotationstisch am Messgerät: Drehung der Tasterachse um die z-Achse bei Winkelmessung am Sinuslineal

6.2 Vergleich der Messergebnisse mit den theoretisch berechneten

Der Vergleich der theoretischen Berechnungen mit dem Experiment wurde an großen Fehl- ausrichtungen bis 40° und relativen Abweichungen bis 2,5% vollzogen. Im Bereich der in der Praxis geforderten maximalen relativen Fehler von bis zu $10e-5$ sind die Abweichungen mit dem vorgestellten Versuchsaufbau nicht zu erfassen. Das gewählte Vorgehen bietet zudem den Vorteil die Überlagerung einer Vielzahl von Einflüssen ausschließen zu können und im Wesentlichen den Einfluss der Fehl- ausrichtung beobachten zu können, siehe Bild 12.

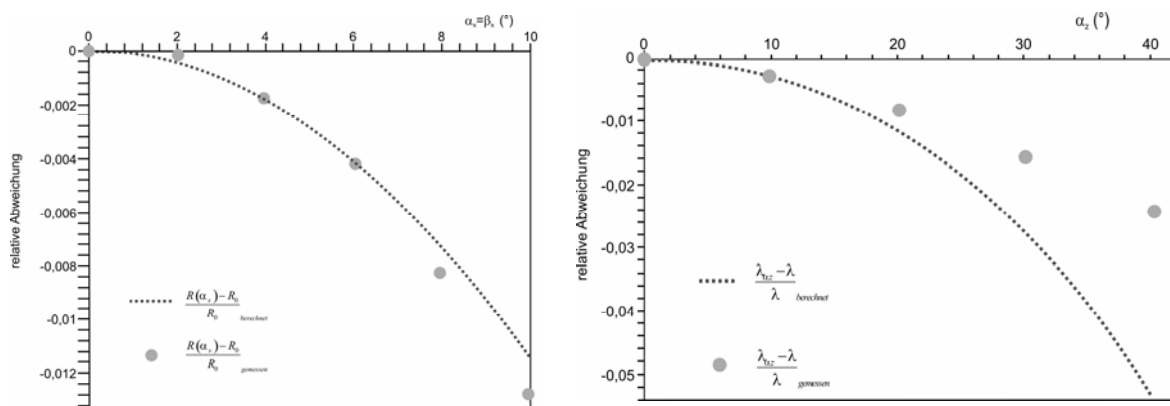


Bild 12: Zwei Plots mit den Ergebnissen der Messungen im Vergleich zu den theoretischen Kurven

Der linke Plot in Bild 12 zeigt die Abweichung bei einer Radienmessung für den Fall einer Drehung der Tasterachse um α_x . Die Messpunkte folgen hier dem theoretischen Verlauf, wobei für kleine Winkel eine sichere Abschätzung gegeben ist und die Messpunkte oberhalb der theoretischen Kurve liegen. Der rechte Plot in Bild 12 stellt die theoretischen Herleitungen und die experimentellen Ergebnisse des zweiten Falls gegenüber: Abweichung bei einer Winkel- messung für Drehung der Tasterachse um α_z . Der theoretische Verlauf liegt hier deutlich unter-

halb der erfassten Messpunkte. Dies entspricht der zuvor vorgenommenen sicheren Abschätzung des Einfluss des Verhältnisses z/L . Die Größe z variiert im Verlauf der Messung, wobei die analytisch berechnete Funktion jeweils für ein z/L gilt, vgl. Bild 7. Es wurde zwecks Festlegung einer Ausrichttoleranz ein maximaler Wert für z/L gewählt, vgl. Bild 8. Der Verlauf der experimentell bestimmten Kurve liegt wie deshalb zu erwarten unterhalb dieser Abschätzung.

7. Zusammenfassung

Die vorliegende Untersuchung liefert eine vollständige Betrachtung aller Messabweichungen die an einem Konturmessgerät an Standard-Geometrieelementen auf Grund fehlausgerichteter Achsen auftreten können. Die exakte mathematische Beschreibung einiger dieser Abweichungen führt zu komplizierten Ausdrücken, die sich aber mithilfe praxistauglicher „Faust“ Formeln abschätzen lassen. Den Abschluss bildet eine experimentelle Absicherung der theoretisch gewonnen Erkenntnisse.

8. Literaturangaben

- [1] Geometrische Normale zur Prüfung von Konturmessgeräten; M. Neugebauer, O. Jusko, F. Wäldele, H. Kedziora, M. Meyer, R. Volk; Oldenburg Verlag; Technisches Messen; November 2004