

## ZÄHRÄDER PRÜFBAR ENTWERFEN UND FERTIGEN

## Ausschuss erkennen

In der Fertigung werden insbesondere die kritischen Spezifikationen eines Produktes prozessbegleitend geprüft, um die Qualität des Fertigteiltes zu gewährleisten. Diese prozessbegleitende Prüfung und deren quantitative Bewertung sind Aufgabe der Messtechnik. Dafür ist schon während des Entwurfes die spätere Prüfbarkeit des Rohteiles nach jedem Fertigungsschritt zu sichern.

Um die Qualität eines Zahnrades zu gewährleisten, ist eine reine Endkontrolle schon seit langem nicht mehr ausreichend. Vielmehr rückt die prozessbegleitende Kontrolle entscheidender Spezifikationen (z.B. Funktionsflächen der Verzahnung, Passung der Bohrung usw.) des Rohteiles bzw. Halbzeuges in den Vordergrund.

Voraussetzung für diese prozessbegleitende Prüfung ist, dass auch die Prüfbarkeit der entsprechenden Spezifikationen sichergestellt ist – und zwar für jeden Fertigungsschritt, an den sich eine solche Prüfung anschließt. Dabei bedeutet das Sicherstellen der Prüfbarkeit die detaillierte Wiedergabe der zu prüfenden Eigenschaften, was insbesondere im Bereich der Zahnradsfertigung wegen der z. T. sehr komplexen Geometrie des Fertigteiltes nicht immer einfach ist. Für die Messung von Zahnrädern (z. B. mittels Koordinatenmessgeräten) muss eine geschlossene mathematische Beschreibung vorliegen.

Häufig steht dem Messtechniker, der neben der Messung selbst auch die Auswertung der Messdaten vorzunehmen hat, nur eine Beschreibung eines oder mehrerer Merkmale der zu prüfenden Geometrie in Form von Referenzpunkten (Stützstellen) zur Verfügung (Bild 1).

Für die gesamte Geometrie des Zahnrades bietet sich eine Beschreibung durch Referenzpunkte an, weil diese zugleich auch als Steuerdaten für CNC-Maschinen eingesetzt werden können. So dienen die Referenzpunkte unter Berücksichtigung der Schrumpfung des Werkstückes als

Stützstellen linearer Splines dazu, mittels Drahterosion ein Gesenk zum Schmieden von Zahnrädern herzustellen.

In Bild 1 sind neben der Endkontur des Fertigteiltes auch die Referenzpunkte zur Beschreibung der Geometrie des Rohteiles (geschmiedetes Zahnrad) im Stirnschnitt abgebildet. Sie weichen an den Zahnflanken und dem Zahngrund um das Bearbeitungsaufmaß ab, das für den abschließenden Schleifprozess notwendig ist.

Liegen die Referenzpunkte ausreichend dicht beieinander, ist es möglich, die Abweichungen des tatsächlich gefertigten

Tragssumme ( $L_1$ -Norm).

Eine gezielte Ermittlung von Parametern zur Steuerung vorangegangener oder nachfolgender Prozesse ist damit nur eingeschränkt möglich. Bei der Beschreibung durch Referenzpunkte ist beispielsweise das Aufmaß nicht zugänglich.

## Die Prozessoptimierung

Im Rahmen des Sonderforschungsbereiches 489 „Prozesskette zur Herstellung präzisionsgeschmiedeter Hochleistungsbauteile“ an der Universität Hannover ist ein Teilprojekt der Ableitung von Parametern zur Optimierung vorangegangener und insbesondere nachfolgender Fertigungsschritte gewidmet. Das Verfahren ist in Bild 2 für die Zahnradsfertigung skizziert.

Zunächst weicht das bereits geschmiedete Rohteil vom Fertigteil durch ungleichmäßiges Bearbeitungsaufmaß und eine exzentrische Bohrung ab. Das Rohteil wird in einer Werkzeugmaschine gespannt, die mit Sensoren und Aktoren ausgestattet ist. Mit Hilfe der optischen Sensoren kann die Geometrie schnell und berührungslos erfasst werden. Ausgehend von dieser Geometrie wird unter Berücksichtigung des geforderten Bearbeitungsaufmaßes mittels Optimierungsalgorithmen [3, 4] ein Korrekturvektor ermittelt. Dieser Korrekturvektor dient als Parameter zur Steuerung nachfolgender Fertigungsschritte und wird von den Aktoren der Werkzeugmaschine verwendet, um das Rohteil auszurichten. Es erfolgt ▷

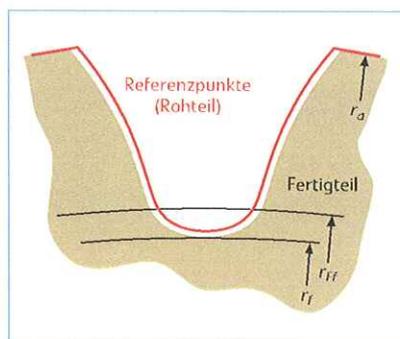


Bild 1. Beschreibung der Geometrie eines Zahnrades durch Referenzpunkte

fertigten Teiles vom Ideal zu bestimmen. Dies erfolgt meist durch eine Einpassung gemäß der Ausgleichskriterien der kleinsten Fehlerquadratsumme ( $L_2$ -Norm nach Gauß), der minimalen Fehlerzone nach DIN ISO 1101 ( $L_\infty$ -Norm nach Tschebyscheff) oder der kleinsten Be-

**Nutzen des Verfahrens**

Die Prüfbarkeit eines Werkstückes nach jedem Fertigungsschritt sollte bereits beim Entwurf berücksichtigt werden. In diesem Fall lassen sich dann neben der lediglichen Ermittlung von Abweichungen während der Prüfung des Werkstückes zusätzlich auch geeignete Parameter (z. B. das für die Feinbearbeitung notwendige Bearbeitungsaufmaß) extrahieren. Diese Parameter können dann zur Optimierung des Fertigungsprozesses verwendet werden, d. h. zur Regelung vorangegangener bzw. zur Steuerung nachfolgender Fertigungsschritte. In diesem Fall kann auch Ausschuss frühzeitig sicher erkannt werden.

**Literatur**

- [1] Denkena, B.; Reithmeier, E.: Sonderforschungsbereich 489 – Neuantrag Technologisches Pflerchen. Universität Hannover, Hannover 2002
- [2] Goch, G.; Günther, A.: Future Gear Metrology – Superficial Description and Inspection of Flanks. VDI-Berichte 1665, Volume 2, International Conference on Gears, München 2002, S. 751 – 768
- [3] Haase, R.: Besser und schneller fertigen. QZ – Qualität und Zuverlässigkeit 49 (2004) 4, S. 50 – 54
- [4] Haase, R.: Obtaining and Processing of CMM Data from Gear Wheel Measurements. International Scientific Conference – Coordinate Measuring Technique, Bielsko-Biala 2004, S. 63 – 72

**Autoren**

Dipl.-Ing. Rainer Haase, geb. 1978, arbeitet seit 2003 in der Arbeitsgruppe Fertigungsmess- und Prüftechnik am Institut für Mess- und Regelungstechnik der Universität Hannover.  
 Dr.-Ing. Jörg Seewig, geb. 1965, leitet seit 2003 die Arbeitsgruppe Fertigungsmess- und Prüftechnik am Institut für Mess- und Regelungstechnik der Universität Hannover.  
 Prof. Dr.-Ing. Eduard Reithmeier, geb. 1957, leitet seit 1996 das Institut für Mess- und Regelungstechnik der Universität Hannover.

**Kontakt**

rainer.haase@imr.uni-hannover.de

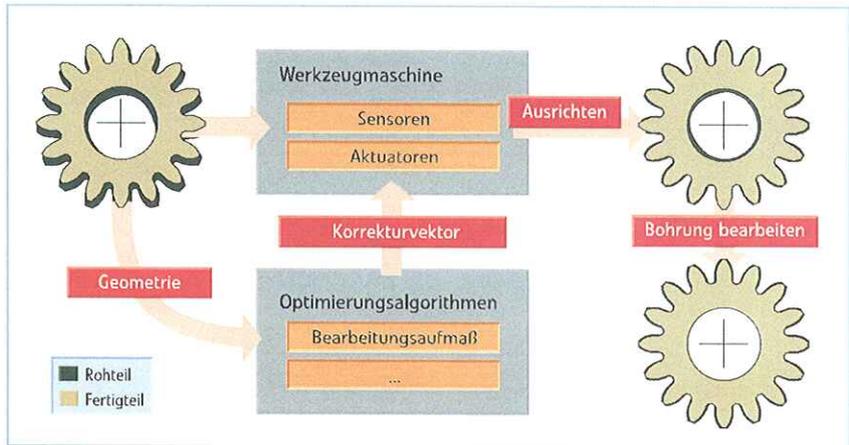


Bild 2. Prozessoptimierung [1]

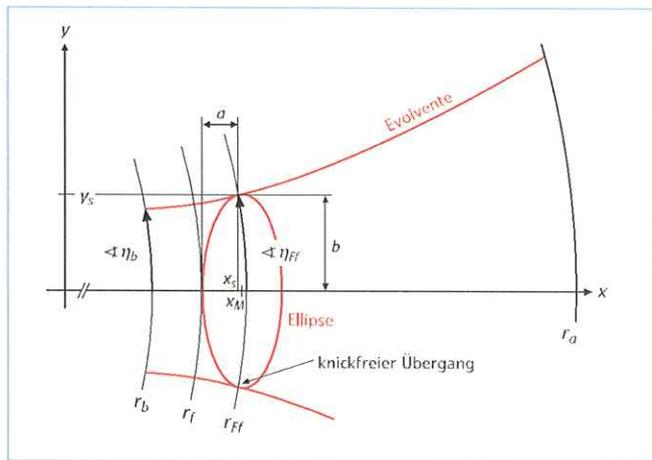


Bild 3. Geometrie am Zahngrund des Zahnrades

die Bearbeitung der Bohrung. Durch die Optimierung dieses Fertigungsschrittes weist das Rohteil nun ein gleichmäßiges Bearbeitungsaufmaß für den sich anschließenden Schleifprozess auf.

**Anforderungen an Entwurf und Fertigung**

Um einen geeigneten Parameter zur Optimierung von Fertigungsschritten zu identifizieren und zu berechnen, ist eine Reduktion der Geometrie eines Zahnrades auf Referenzpunkte nicht immer zulässig. Vielmehr muss die Geometrie in einer mathematisch geschlossenen Weise beschrieben werden.

Als Beispiel wird ein Zahnrad mit Evolventen-Verzahnung betrachtet (Bild 3). Dabei kann der Kopfkreis  $r_a$  in einfacher Weise als Kreis beschrieben werden. Auch sind die Gleichungen der Evolvente bekannt, die sich vom Grundkreis  $r_b$  bis zum Kopfkreis  $r_a$  erstreckt. Schwieriger ist die Beschreibung des Zahngrundes unterhalb des Fußformkreises  $r_{ff}$ , die sich aus der Ki-

nematik des erzeugenden Werkzeugprofils ergibt. Normalerweise formt sich hier eine Trochoide (entspricht z. B. der Bahn der scharfen Kopfkanten eines erzeugenden Zahnstangenprofils) aus, die die Evolvente am Fußformkreis schneidet und dann in den Fußkreis  $r_f$  übergeht. Das Zahnprofil kann hier allerdings noch z. B. durch das Kopfspiel  $c_p$  modifiziert werden.

Bei einem durch Präzisionsschmieden hergestellten Zahnrad kann die Form des Zahnzwischenraumes frei gewählt werden unter der Einschränkung, dass beim Eingriff zweier Zahnräder kein Klemmen auftritt. Vereinfachend wird daher in Bild 3 der Zahngrund durch eine Ellipse beschrieben, die am Fußformkreis zu beiden Seiten knickfrei in die Evolventen übergeht und bis zum Fußkreis reicht. Diese Vereinfachung kann für eine Schmiedegeometrie getroffen werden, weil sich ohnehin eine Feinbearbeitung durch einen nachgeschalteten Schleifprozess anschließt, bei dem noch kleinere Korrekturen vorgenommen werden können.

Die Symbole für den Radius  $r$ , den Wälzwinkel  $\xi$  und den Lückenhalbwinkel  $\eta$  sowie deren Indizes entstammen der DIN 3960, die zu deren Berechnung heranzuziehen ist.

Die Gleichung der Ellipse in impliziter Schreibweise

$$\frac{(x-x_M)^2}{a^2} + \frac{(y-y_M)^2}{b^2} - 1 = 0$$

ist allgemein bekannt. Dabei gilt, dass das  $x$  der Ellipse im Bereich zwischen dem Schnittpunkt mit dem Fußkreis  $r_f$  und dem Schnittpunkt mit der Evolvente  $x_s$  läuft, also

$$r_f \leq x < x_s$$

mit dem Schnittpunkt der Ellipse mit der Evolvente

$$\begin{bmatrix} x_s \\ y_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{Ff} \cdot \cos \eta_{Ff} \\ r_{Ff} \cdot \sin \eta_{Ff} \end{bmatrix}$$

Es müssen noch die Parameter  $a$ ,  $b$  und  $x_M$ ,  $y_M$  der Ellipse bestimmt werden, wobei wegen der Symmetrie  $y_M=0$  gilt. Dazu wird zunächst die Steigung  $s$  der Evolvente in ihrem Berührungspunkt mit der Ellipse

$$s = \tan(\xi_{Ff} + \eta_b)$$

berechnet. Damit lassen sich dann der Mittelpunkt  $x_M$ , der Ellipse auf der  $x$ -Achse

$$x_M = \frac{x_s \cdot y_s + s \cdot (r_f^2 - x_s^2)}{-2 \cdot s \cdot (x_s - r_f) + y_s}$$

sowie die beiden Halbachsen in  $x$ -Richtung

$$a = x_M - r_f$$

bzw. in  $y$ -Richtung

$$b = \sqrt{\frac{a^2 \cdot y_s^2}{a^2 - (x_s - x_M)^2}}$$

bestimmen.

Modifikationen der Evolventen-Verzahnung durch Kopfrücknahme oder ein größeres Kopfspiel können auf ähnlich einfache Weise berücksichtigt werden. Weiterhin kann das Vorgehen auch auf andere Verzahnungsarten (z. B. S- oder Zykloidenverzahnung) übertragen werden.

Alternativ zu der hier vorgestellten einfachen Beschreibung des Zahngrundes durch eine Ellipse kann dieser auch durch wesentlich aufwendigere Geometrien dargestellt werden. So beschreibt Meefß in seiner Dissertation, die voraussichtlich im Herbst 2004 am Institut für Mess- und Regelungstechnik der Universität Hannover

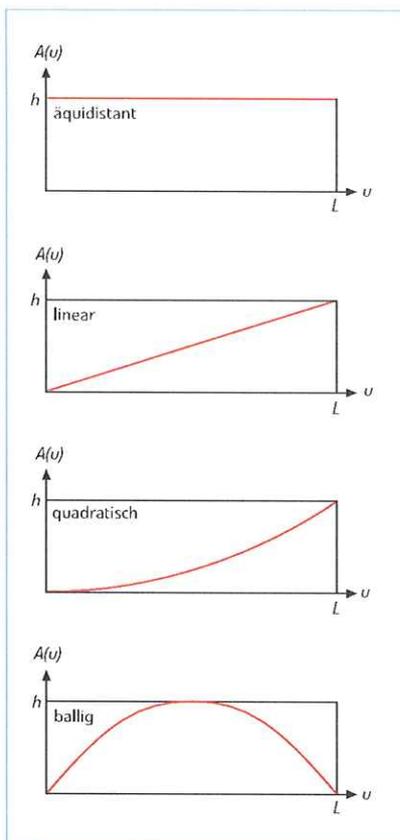


Bild 4. Profilmodifikation bzw. Bearbeitungsaufmaß

erscheinen wird, den Zahngrund durch mehrere stetig ineinander übergehende Kreissegmente.

### Das Bearbeitungsaufmaß

Um das Laufverhalten von Verzahnungen zu verbessern, werden unterschiedliche Profilmodifikationen eingesetzt (Bild 4). Als Profilmodifikation versteht man dabei das Aufmaß  $\Lambda(u)$  in lotrechter Richtung an der Stelle  $u$  auf der Zahnflanke (Evolvente). Bei diesen Profilmodifikationen

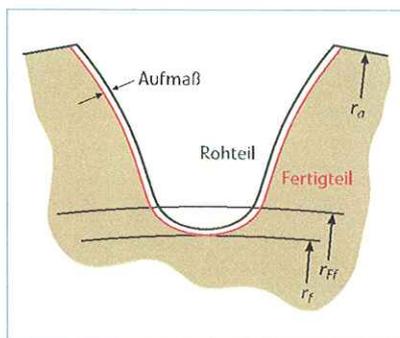


Bild 5. Vollständige Beschreibung der Geometrie eines Zahnrades

handelt es sich insbesondere um die Neigung bzw. die Balligkeit des Profils [2].

Die Höhe  $h$  der Profilmodifikation kann vom Konstrukteur gemäß den technischen Anforderungen an die Verzahnung sinnvoll gewählt werden. Die Gesamtlänge  $L$  der Profilmodifikation ist die Bogenlänge der Evolvente vom Beginn der Modifikation (z. B. am Fußformkreis) bis zu ihrem Ende (z. B. am Kopfkreis).

$$L = \frac{1}{2} \cdot r_b \cdot (\xi_a^2 - \xi_{Ff}^2)$$

Der Wälzwinkel  $\xi$  sowie der Grundkreisradius  $r_b$  werden wieder nach DIN 3960 bestimmt.

Die beschriebenen Profilmodifikationen können auch als Bearbeitungsaufmaß verstanden werden. Neben Neigung (lineare Änderung) und Balligkeit sind für die Feinbearbeitung eines präzisionsgeschmiedeten Zahnrades insbesondere das äquidistante sowie das kommaförmige Aufmaß (quadratische Änderung) interessant. So kann z. B. bei Verwendung eines kommaförmigen Aufmaßes die Feinbearbeitung der Verzahnung auf das Schleifen der Zahnflanken (Funktionsflächen) reduziert werden – der Zahngrund wird dann nicht weiter bearbeitet.

Unter Verwendung eines kommaförmigen Aufmaßes kann u. U. auf eine Kopfrücknahme am Rohteil verzichtet und stattdessen einfacher die Höhe  $h$  verringert oder der Verlauf des Aufmaßes variiert werden. Dadurch lässt sich der zur Berechnung der optimalen Prozessparameter notwendige numerische Aufwand z. T. erheblich reduzieren.

In Bild 5 ist die Geometrie eines geschmiedeten Zahnrades (Rohteil) dargestellt. Sie unterscheidet sich vom Fertigteil durch das an den Flanken und dem Zahngrund äquidistante Aufmaß, das für die nachfolgende Feinbearbeitung (Schleifen) notwendig ist.

Im Gegensatz zur Beschreibung der Geometrie mittels Referenzpunkten (Bild 1), für die meist nur die Ermittlung von Abweichungen durchgeführt wird, kann bei einer geschlossenen mathematischen Beschreibung der Geometrie einschließlich Aufmaß (Bild 5) ein geeigneter Parameter zur Prozessoptimierung extrahiert werden. Handelt es sich bei diesem Parameter z. B. um das Bearbeitungsaufmaß, kann dessen Schwankung im nachfolgenden Fertigungsschritt kompensiert werden. Ist kein ausreichendes Aufmaß vorhanden, kann das Rohteil bereits frühzeitig als Ausschuss deklariert werden. □